Movimiento plano con $\vec{a} = \overrightarrow{cte}$

OBJETIVOS

- Obtener las ecuaciones del movimiento de una partícula sometida a una aceleración constante.
- Discutir el caso de movimiento parabólico en la superficie terrestre.

DESARROLLO

Integrando las ecuaciones del movimiento para $\vec{a} = \overrightarrow{cte}$ obtenemos:

$$\begin{aligned}
\vec{a} &= \overrightarrow{cte} \\
\vec{v} &= \int \vec{a}\, dt = \vec{v}_0 + \vec{a}\, t \\
\vec{r} &= \int (\vec{v}_0 + \vec{a}\, t)\, dt = \vec{r}_0 + \vec{v}_0\, t + \frac{\vec{a}}{2}\, t^2
\end{aligned} \tag{1}$$

Vemos que la ecuación de $\vec{r}$ nos da los puntos de un plano que pasa por $\vec{r}_0$ y esta definido por $\vec{v}_0$ y $\vec{a}$.

Podemos concluir pues que el movimiento resultante será plano.

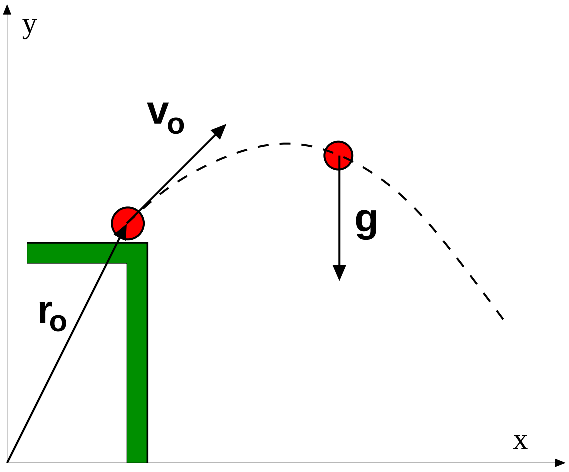
Siempre podremos elegir los ejes coordenados de forma que dos de ellos contengan el movimiento de la partícula (p.ej. los ejes x,y).

Movimiento parabólico en la superficie terrestre

Un caso importante de aplicación de estas fórmulas es cuando la partícula se mueve en la superficie terrestre sometida únicamente a la aceleración gravitatoria.

- En este caso podemos tomar el plano del movimiento como el plano x,y (y vertical, x horizontal) y tendremos para $\vec{a}$, $\vec{v}_0$ y $\vec{r}_0$:

$$
\begin{aligned}
\vec{a} &= -g\,\vec{j} \\
\vec{v}_0 &= v_{0x}\,\vec{i} + v_{0y}\,\vec{j} \\
\vec{r}_0 &= r_{0x}\,\vec{i} + r_{0y}\,\vec{j}
\end{aligned}
$$



Sustituyendo estas expresiones en las ecuaciones del movimiento (1) nos queda en componentes:

$$
\begin{aligned}
a_x &= 0 & a_y &= -g \\
v_x &= v_{0x} & v_y &= v_{0y} - g\,t \\
x &= x_0 + v_{0x}\,t & y &= y_0 + v_{0y}\,t - \frac{g}{2}\,t^2
\end{aligned} \tag{2}
$$

Ejemplos:

Espacio recorrido:

$$x_m = \frac{v_0^2\,\sin(2\theta)}{g}$$

Altura máxima:

$$y_m = \frac{v_0^2\,\sin^2(\theta)}{2\,g}$$