Dpt. de Fisica i Eng. Nuclear
Secció de Fisica Aplicada del Vallès (ETSEIAT)

Problemas de Física I
CINEMÁTICA DE LA PARTÍCULA

(1er Q.:prob impares, 2do Q.:prob pares)

1. Una partícula se mueve sobre el eje x de modo que su velocidad es $v = 2 + 3t^2 + 4t^3$ (m/s). En el instante $t = 0$ su posición es $x = 3$ m. Determinar:

   a) Las unidades de las constantes 2, 3 y 4.
   b) La posición de la partícula en un instante genérico t.
   c) Su aceleración.
   d) Su velocidad media en el intervalo de tiempo $t_1 = 2$ s y $t_2 = 5$ s.

   Solución:
   a) $2m/s; 3m/s^3; 4m/s^4$ *b)* $x = 3 + 2t + t^3 + t^4$ *c)* $a = 6t + 12t^2$ *d)* $244m/s$

2. Una partícula describe un movimiento rectilíneo, siendo el espacio recorrido $s = 4t^3 - 3t^2 - 6$ donde 'S' se expresa en metros y 't' en segundos.

   a) Determinar las unidades de las constantes de la ecuación.
   b) Si la partícula parte del reposo, calcular el tiempo que tardará en adquirir una velocidad de 6 m/s.
   c) Calcular el valor de la aceleración cuando la velocidad es de 6 m/s.
   d) Calcular el desplazamiento experimentado por la partícula para $t = 5$ s.

   Solución:
   a) $6m; 4m/s^3; 3m/s^2$ *b)* $1s$ *c)* $18m/s^2$ *d)* $413m$

3. (*)El movimiento de una partícula viene dado por la ecuación; $\vec{r}(t) = (t - \sin t)\vec{i} + (1 - \cos t)\vec{j}$ determinar:

   a) Su velocidad
   b) Su aceleración

   Solución:
   a) $\vec{v} = (1 - \cos t)\vec{i} + \sin t\vec{j}$ *b)* $\vec{a} = \sin t\vec{i} + \cos t\vec{j}$ *c)* $(1 - v_x)^2 + v_y^2 = 1$

4. (*)El movimiento de una partícula en el plano x,y está definido por las ecuaciones paramétricas $x = 2t$, $y = 4\sin(\pi t)$.

   a) Determinar la ecuación de la trayectoria y representarla gráficamente.
   b) Calcular la velocidad y la aceleración de la partícula en función del tiempo.

c) En qué instantes alcanzan la velocidad y la aceleración sus valores extremos (máximos o mínimos).

Solución:
a) $y = 4\sin(\pi x/2)$ *b)* $v = (2, 4\pi\cos(\pi t))$ *;* $a = (0, -4\pi^2\sin(\pi t))$
c) $t = 0, 1, 2, ...$ $t = (2n+1)/2$ $n = 0, 1, 2...$

5. Una pelota dejada caer desde la cornisa de un edificio emplea 0.25 segundos en pasar frente a una ventana de $2\ \mathrm{m}$ de altura. ¿Qué distancia hay entre el borde superior de la ventana y la cornisa?

   Solución: $2,34m$

6. Un automóvil típico tiene una desaceleración máxima de unos $7\ \mathrm{m/s^2}$, y el tiempo de reacción típico para aplicar los frenos es de $0{,}50\ \mathrm{s}$. Si en una zona escolar un automóvil debe cumplir la condición de poder detenerse en un máximo de $4\ \mathrm{m}$;

   a) ¿Qué velocidad máxima puede alcanzar en esta zona un automóvil típico?.

   b) ¿Qué fracción de los $4\ \mathrm{m}$ corresponde al tiempo de reacción?.

   Solución: a) $4{,}76\,\mathrm{m/s}$ *b)* $2{,}38\,\mathrm{m}$ *(*$59{,}5\,\%$*)*

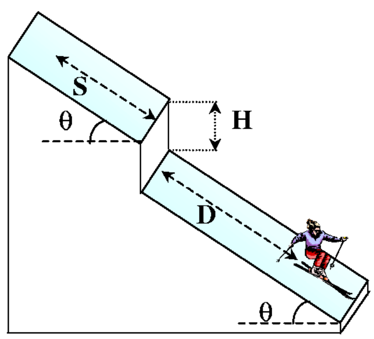
7. $^{(*)}$El maquinista de un tren expreso que circula con velocidad v_1 observa a una distancia d el furgón de cola de un tren de mercancías que marcha por delante del expreso, sobre la misma vía y en el mismo sentido, con una velocidad v_2. El maquinista del expreso aplica inmediatamente los frenos, produciéndose una deceleración constante a, mientras que el mercancías continúa su marcha a velocidad constante. Determinar el menor valor de la deceleración para que pueda evitarse la colisión.

   Solución: $d > (v_1 - v_2)^2/2a$

8. $^{(*)}$Se deja caer una pelota A desde la parte superior de un edificio en el mismo instante en el que desde el suelo se lanza verticalmente hacia arriba una segunda pelota B. En el momento en que las pelotas chocan se encuentran desplazándose en sentidos opuestos y la velocidad de la pelota A es el doble de la que lleva B. Determinar a que altura se produce el choque (relativa a la altura total del edificio).

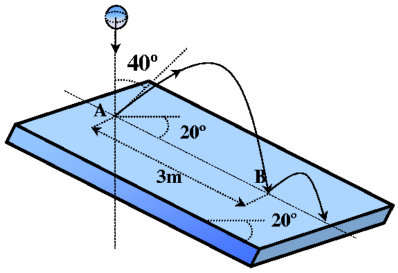
   Solución: Chocan a dos tercios de la base del edificio

9. $^{(*)}$Un esquiador se desliza por una pista de pendiente constante que forma un ángulo θ con la horizontal. Tras haber partido del reposo, recorre una distancia S sobre la pista antes de encontrarse con el borde de un escarpado vertical de altura H, como se indica en la figura. Al pie de la escarpadura la pista continúa con la misma pendiente. Determinar la posición del punto donde cae el esquiador. (Se desprecian los rozamientos).



Solución: $D = 2\sqrt{HS\sin\theta}$

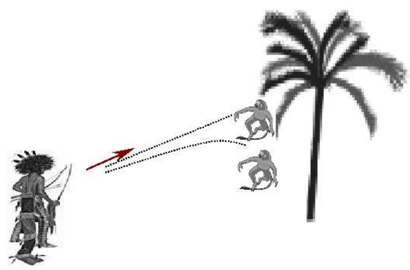
10. $^{(*)}$Una bola cae verticalmente sobre un punto A de un plano inclinado 20^{o}, y rebota formando un ángulo de 40^{o} con la vertical. Sabiendo que la bola cae nuevamente sobre el plano en el punto B, determinar:



   a) La velocidad con la que rebota en el punto A.
   b) El tiempo empleado en el trayecto de A a B.

   Solución: a) $v = 4{,}78\ \mathrm{m/s}$ *b)* $t = 0{,}98\ \mathrm{s}$

11. Justamente en el instante en el que un indio dispara un dardo, apuntando con la cerbatana directamente hacia un mono que está colgando de una rama, el mono se suelta y cae libremente. Demostrar que cualquiera que sea la velocidad v_0 de salida del dardo, el mono siempre será alcanzado. El ”siempre.ªnterior no es totalmente cierto; hay un valor mínimo por debajo del cual no será alcanzado. Determinar dicho valor.



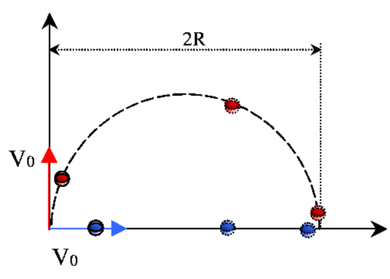
   Solución: $v_0 = \sqrt{hg/2\sin^2\theta}$

12. Un jugador de béisbol golpea la bola a $0{,}9\ \mathrm{m}$ del suelo de manera que ésta adquiere una velocidad de $14{,}4\ \mathrm{m/s}$ formando un ángulo de 30º sobre la horizontal. Un segundo jugador, situado a $30\ \mathrm{m}$ del bateador y en el plano de la trayectoria de la bola, comienza a correr en el mismo instante en el que el primero golpea la bola.

   a) Calcular cuál ha de ser la mínima velocidad del segundo jugador si es capaz de coger la bola a 2,4m del suelo.
   b) ¿Qué distancia ha recorrido el segundo jugador?.

   Solución: a) $12{,}2\ \mathrm{m/s}$ *b)* $14{,}8\ \mathrm{m}$

13. $^{(*)}$Dos puntos materiales inician simultáneamente el movimiento desde el punto A, ambos con velocidad inicial v_0. Una partícula recorre el diámetro de una circunferencia de radio R con una aceleración constante de sentido opuesto al de su velocidad inicial, cuyo módulo es a_1. La otra recorre la semicircunferencia con una aceleración tangencial de módulo constante a_t tal que $a_t = a_1$. Las partículas llegan simultáneamente al extremo B. Determinar:



a) Tiempo invertido en el recorrido.

b) El valor de $a_t = a$.

c) Aceleración de la segunda partícula en B.

d) ángulo que forman en B la aceleración y la velocidad de la segunda partícula.

e) Velocidad en B de la segunda partícula.

f) Aplicación numérica: $v_0 = 2{,}57$ m/s, $R = 2$ m

Solución: a) 2 s *b)* $0{,}57$ m/s^2 *c)* $6{,}95$ m/s^2 *d)* $85{,}3^o$ *e)* $3{,}71$ m/s

14. $^{(*)}$Una partícula se mueve en el sentido de la agujas del reloj sobre una circunferencia de radio 1 m con su centro en $(x, y) = (1m, 0)$. La partícula parte del reposo en el origen en el instante t=0 y su velocidad crece con aceleración constante de $(\pi/2)$ m/s^2. En el instante en que la partícula ha recorrido la mitad de la circunferencia, calcular:

    a) Tiempo que ha transcurrido.

    b) Módulo y dirección de su velocidad.

    c) Aceleración normal y tangencial.

    d) Ángulo que forman los vectores velocidad y aceleración.

    Solución: a) $2s$ *b)* $-\pi\vec{j}$ *[m/s] c)* $a_r = \pi^2 m/s^2$ *d)* $a_t = \pi/2 m/s^2$

15. $^{(T)}$Las ecuaciones paramétricas del movimiento de una partícula son:

$$x = R\cos(\omega t); \quad y = R\sin(\omega t); \quad z = bt$$

    donde R, ω, y b son constantes.

    a) Hacer un esquema de la trayectoria.

    b) Calcular la velocidad y la aceleración de la partícula.

    c) Determinar las componentes intrínsecas (tangencial y normal) de la aceleración.

    Solución:
    a) hélice de radio R y paso $2\pi b/\omega$
    b) $\vec{v} = -\omega R\sin(\omega t)\vec{i} + \omega R\cos(\omega t)\vec{j} + b\vec{k}$ *;* $\vec{a} = -\omega^2 R\cos(\omega t)\vec{i} - \omega^2 R\sin(\omega t)\vec{j}$
    c) $a_t = 0$ *;* $a_n = \omega^2 R$

16. $^{(T)}$El movimiento tridimensional de una partícula está definido por el vector posición $\vec{r} = (R\sin(\omega t))\vec{i} + ct\vec{j} + (R\cos(\omega t))\vec{k}$.

    a) Determinar las magnitudes de la velocidad y aceleración de la partícula.

    b) Calcular las componentes intrínsecas de la aceleración.

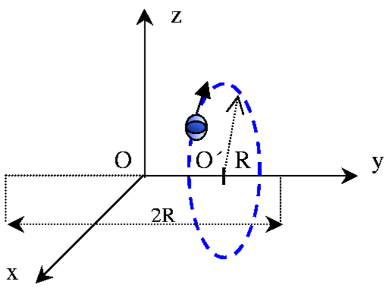
Solución:
a) $\vec{v} = \omega R\cos(\omega t)\vec{i} + c\vec{j} - \omega R\sin(\omega t)\vec{k}$ *;* $\vec{a} = -\omega^2 R\sin(\omega t)\vec{i} - \omega^2 R\cos(\omega t)\vec{k}$
b) $a_t = 0; \qquad a_n = \omega^2 R$

17. (*)La posición de una partícula viene expresada por $\vec{r} = 3\sin(2\pi t)\vec{i} + 2\cos(2\pi t)\vec{j}$ en donde t se expresa en segundos y r en metros.

   a) Determinar la trayectoria de la partícula en el plano x,y.
   b) Determinar el instante en que su velocidad pasa por un mínimo o un máximo.
   c) Determinar el vector aceleración y demostrar que tiene la misma dirección que r, es decir es radial.
   d) Calcular las componentes intrínsecas de la aceleración para $t = \pi/2$ s.

Solución:
a) $\rho = \frac{R}{\sqrt{2}}(1 + \cos^2(\omega t))^{3/2}$
b) $v = \omega R\sqrt{1 + \cos^2(\omega t)}$ *;* $a_n = \omega^2 R\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{1+\cos^2(\omega t)}}$ *;* $a_t = -\omega^2 R\frac{\sin(\omega t)\cos(\omega T)}{\sqrt{1+\cos^2(\omega t)}}$

18. (*)Un punto móvil describe una circunferencia de radio R en un plano vertical con velocidad de rotación uniforme. El centro de la circunferencia O' se mueve alrededor del centro O de una recta horizontal de longitud 2R, de forma que la posición de O' con respecto de O viene descrita por la expresión $\overrightarrow{OO'} = R\sin(\omega t)\vec{j}$ (Ver figura). Las frecuencias de ambos movimientos son las mismas y en el instante inicial el móvil se encuentra en el semieje OX. Determinar:



   a) El radio de curvatura de la trayectoria.
   b) Las componentes intrínsecas de la velocidad y la aceleración.

Solución:
a) $y^4 = 2x^3$ *b)* $a_t = 12t(8t^2 + 3)/\sqrt{16t^2 + 9}$ *;* $a_n = 24t^2/\sqrt{16t^2 + 9}$

19. Una partícula móvil se encuentra inicialmente en el origen de coordenadas y su velocidad viene dada por $\vec{v} = 8t^3\vec{i} + 6t^2\vec{j}$.

   a) Determinar la trayectoria.
   b) Obtener las componentes tangencial y normal de la aceleración.

Solución:
a) es una elipse
b) $V_{max}t = n/2$ *(n=0,1,2,3,...)* $V_{min}t = (n + (1/2))/2$
c) $\vec{a} = -4\pi^2\vec{r}$ *d)* $a_n = 83,3 m/s^2; a_t = -26,98 m/s^2$

20. Una partícula se mueve en el espacio con una velocidad dada por $\vec{v} = e^t\vec{i} + \lambda t^2\vec{j} + \frac{1}{3}t^3\vec{k}$ siendo λ una constante. Calcular:

   a) El vector de posición de la partícula en función de t, sabiendo que en el instante $t = 0$ la partícula se encuentra en el punto $(0, 0, 1)$.

   b) El valor de λ para que la trayectoria sea plana.

   c) Las componentes intrínsecas de la aceleración y el radio de curvatura de la trayectoria en función del tiempo para el valor de λ del apartado anterior.

   Solución:
   a) $\vec{r}(t) = (e^t - 1)\vec{i} + \lambda(t^3/3)\vec{j} + (1 - (t^4/12))\vec{k}$ *b)* $\lambda = 0$
   c) $A_n = \frac{e^{2t}+(t^5/3)}{\sqrt{e^{2t}+(t^6/9)}}$ $A_n = \frac{e^t(t^2-(t^3/3)}{\sqrt{e^{2t}+(t^6/9)}}$ $\rho = \frac{e^{2t}+(t^6/9)^{3/2}}{\sqrt{e^t(t^2-(1/3)}}$

21. $^{(T)}$Después de parar una canoa, ésta adquiere una aceleración en sentido opuesto a su velocidad y directamente proporcional al cuadrado de ésta ($a = -kv^2$). Determinar:

   a) La velocidad de la canoa en función del tiempo.

   b) La distancia recorrida en un tiempo t.

   c) La velocidad después de haber recorrido una distancia x.

   d) Constrúyanse las gráficas del movimiento.

   e) Supóngase que cuando se para el motor la velocidad de la canoa es de $20\ \mathrm{m/s}$ y que $15\ \mathrm{s}$ después dicha velocidad se ha reducido a la mitad. Determinar el valor de la constante de proporcionalidad que aparece en la definición de la aceleración.

   Solución:
   a) $v = v_0/(1 + v_0kt)$ *b)* $x = (1/k)\ln(1 + v_0kt)$ *c)* $v(x) = v_0e^{-kx}$

22. $^{(T)}$Sea un móvil del que sabemos que su aceleración es proporcional a la velocidad y de sentido opuesto a ésta. Si observamos que tarda $15\ \mathrm{s}$ en reducir su velocidad a la mitad de la inicial, calcular cuánto vale la constante de proporcionalidad.

   Solución: $k = 0{,}0462\ \mathrm{s}^{-1}$

23. El movimiento rectilíneo de una partícula está caracterizado por su aceleración, expresada en $\mathrm{cm/s^2}$ por la expresión $a = -9x$, siendo x la distancia (en cm) que la separa de un cierto origen sobre su trayectoria. En el instante inicial la partícula se encuentra en el punto x_o=3cm y tiene una velocidad de $2\ \mathrm{cm/s}$ alejándose del origen. Determinar la velocidad y la posición de la partícula en un instante cualquiera t.

   Solución: $x = 3{,}07\sin(3t + 1,35)\ \mathrm{cm}$; $v = 9{,}21\cos(3t + 1,35)\ \mathrm{cm/s}$

24. La aceleración de una partícula que realiza un movimiento rectilíneo, tiene módulo inversamente proporcional a la velocidad. Determinar la velocidad en función del tiempo.

   Solución: $v = \sqrt{v_0^2 + 2kt}$

25. El movimiento bidimensional de una partícula se define mediante las relaciones $r = 60t^2 - 20t^3$ y $\theta = 2t^2$, donde r está expresado en milímetros, t en segundos y θ es el ángulo en radianes. Determinar la velocidad y la aceleración de la partícula cuando:

   a) t=0s
   b) t=1s
   c) En t=0 la partícula está en el origen, determinar v y a cuando vuelva a pasar por el origen.

   Solución:
   a) $v = 0\ \mathrm{mm/s}$; $\vec{a} = 120\vec{u}_r\ \mathrm{mm/s^2}$
   b) $\vec{v} = 60\vec{u}_r + 160\vec{u}_\theta\ \mathrm{mm/s}$; $\vec{a} = 640(-\vec{u}_r + \vec{u}_\theta\ \mathrm{mm/s^2}$
   c) $\vec{v} = -180\vec{u}_r\ \mathrm{mm/s}$; $\vec{a} = -240\vec{u}_r - 4320\vec{u}_\theta\ \mathrm{mm/s^2}$

26. El movimiento bidimensional de una partícula viene descrito por las ecuaciones $r = 20t$ y $\theta = \pi t$, donde t se viene dado en segundos, θ es el ángulo en radianes que forma el vector posición de la partícula con el eje x (tomado positivo en el sentido antihorario) y r es su distancia en centímetros al origen. Para este movimiento se pide:

   a) Realizar un esquema de la trayectoria de la partícula.
   b) Representar para $t = 3\ \mathrm{s}$ la base local asociada al movimiento de la partícula.
   c) Calcular en ese instante de tiempo los vectores $\vec{r}$, $\vec{v}$ y $\vec{a}$ expresados en coordenadas cartesianas y polares planas.

   Solución:
   a) $\vec{u}_r = -\vec{i}$; $\vec{u}_\theta = -\vec{j}$
   b) $\vec{r} = -60\vec{i}\ \mathrm{cm}$; $\vec{v} = (-20\vec{i} - 60\pi\vec{j})\ \mathrm{cm/s}$; $\vec{a} = (60\pi^2\vec{i} - 40\pi\vec{j})\ \mathrm{cm/s^2}$
   c) $\vec{r} = 60\vec{u}_r\ \mathrm{cm}$; $\vec{v} = (20\vec{u}_r + 60\pi\vec{u}_\theta\ \mathrm{cm/s}$; $\vec{a} = (-60\pi^2\vec{u}_r + 40\pi\vec{u}_\theta)\ \mathrm{cm/s^2}$

27. $^{(*)}$Un hombre que viaja en un camión intenta golpear un poste telefónico lanzando una piedra justo cuando el camión pasa frente al poste. Si la velocidad con la que el hombre lanza la piedra respecto del camión es de $20\ \mathrm{m/s}$ y la velocidad del camión es de $40\ \mathrm{km/h}$, determinar:

   a) Dirección el la que el hombre ha de lanzar la piedra.
   b) Velocidad horizontal de la piedra respecto del suelo.

   Solución:
   a) 33,7º respecto a la perpendicular a la carretera y hacia atrás b) $59{,}9\ \mathrm{km/h}$

28. $^{(*)}$Durante una tormenta la trayectoria de las gotas de agua, observadas desde la ventana de un tren que viaja a $15\ \mathrm{km/h}$, forman un ángulo de 30º con la vertical. Más tarde, cuando la velocidad del tren ha aumentado hasta una velocidad de $30\ \mathrm{km/h}$, el ángulo entre la vertical y la trayectoria de las gotas es ahora de 45º. Si el tren se parase, ¿Cuál sería el ángulo? ¿Con qué velocidad se verían caer las gotas de agua?.

Solución: Con v=35,87 km/h, formando un ángulo con la vertical de 8,75º

29. La posición de una partícula Q en un sistema de coordenadas O se mide por:

$$\vec{r}(t) = (6t^2 - 4t)\vec{i} - 3t^2\vec{j} + 3\vec{k}$$

   a) Determinar la velocidad relativa constante del sistema O respecto al sistema O', si la posición de Q según el sistema O' se mide por:

$$\vec{r}'(t) = (6t^2 + 3t)\vec{i} - 3t^2\vec{j} + 3\vec{k}$$

   b) Demostrar que la aceleración de la partícula es la misma en ambos sistemas de referencia.

   Solución: $\vec{v}_{o/o'} = 7\vec{i}$

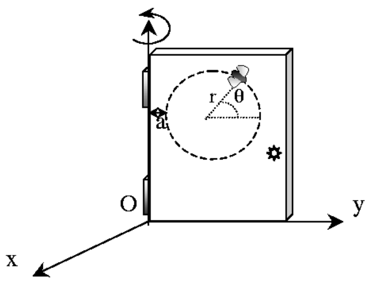
30. Una partícula que se abandona en la parte superior de un plano inclinado 30º con la horizontal de longitud $\ell = 10$ m, y desliza a lo largo de él sin rozamiento. Simultáneamente el plano se mueve con una velocidad horizontal de 3 m/s, de forma que la partícula no se separa del plano. Se pide:

   a) Velocidad y aceleración absolutas de la partícula cuando llegue al final del plano.

   b) Posición de la partícula respecto del sistema fijo en función del tiempo.

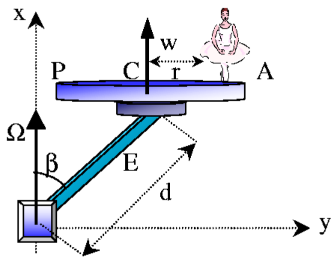
   Solución:
   a) $\vec{v} = 11,56\vec{i} - 4,95\vec{j}$ m/s; $\vec{a} = 4,24\vec{i} - 2,45\vec{j}$ m/s^2
   b) $x = 3t + 2,12t^2$ *(S.I) ;* $y = 5 - 1,25t^2$

31. $^{(*)}$La puerta de la figura gira alrededor del eje OZ con una velocidad angular constante $\omega = 30$ rpm. Sobre la puerta se mueve una mosca que describe una trayectoria circular de radio $\mathrm{r} = 10$ cm con una velocidad constante de 5π cm/s. Calcular la aceleración de la mosca en la posición indicada en la figura. Datos: $\theta = 45^{\circ}$, $a = 5$ cm



   Solución: $\vec{a} = [5\pi^2\sqrt{2}$, $-(15 + 25/4\sqrt{2})\pi^2$,$-5/4\pi^2\sqrt{2}]$ cm/s^2

32. $^{(*)}$En una verbena existe una atracción que se esquematiza en la figura. La barra E forma un ángulo β con el eje vertical z, y gira alrededor de él en sentido antihorario con una velocidad angular constante Ω. La plataforma horizontal P es circular, esta unida al eje E por su centro C, y gira también en sentido antihorario alrededor de éste con velocidad angular constante ω. Calcular el vector aceleración absoluta de una persona situada en el punto A de la plataforma cuando pasa por el punto de su trayectoria más alejado del eje z (representado en la figura).



Solución: $\vec{a} = -\left[r(\omega+\Omega)^2 + \Omega^2 d \sin(\delta)\right]\vec{j}$