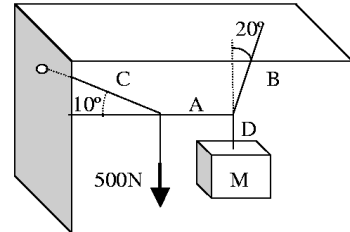


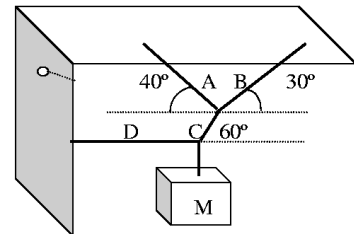
(1^{er} Q.:prob impares, 2^{ndo} Q.:prob pares)

1. (*) El sistema de cables flexibles de la figura se utiliza para elevar un cuerpo de masa M. El sistema se halla en equilibrio en la posición indicada cuando se aplica una fuerza de 500N entre los cables C y A. Determine las tensiones en los cables y el valor de la masa M.



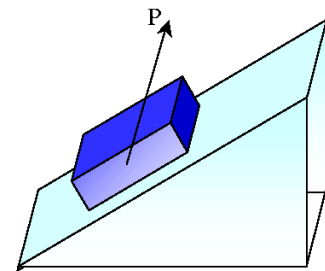
Solución: $T_A = 2,84 \text{ kN}$, $T_B = 8,29 \text{ kN}$, $T_C = 2,88 \text{ kN}$, $T_D = 7,79 \text{ kN}$, $M = 794 \text{ kg}$

2. (*) Un cuerpo de masa $M=250\text{Kg}$ pende del sistema de cables flexibles que se indica en la figura. Determine las tensiones en los cables A, B, C y D.



Solución: $T_A = 1,50 \text{ kN}$, $T_B = 2,96 \text{ kN}$, $T_C = 2,83 \text{ kN}$, $T_D = 1,41 \text{ kN}$

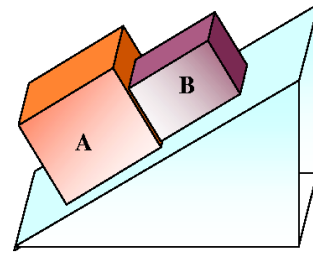
3. (*) Un bloque de masa 20 Kg descansa sobre un plano rugoso como se muestra. Sabiendo que el ángulo que forma el plano inclinado con la horizontal es de 25° y $\mu_s=0.20$, determinar el módulo y dirección de la menor fuerza P necesaria:



- Para iniciar el movimiento de subida del bloque sobre el plano.
- Para impedir el movimiento del bloque hacia abajo.

Solución: a) 116,18 N, $\theta = 36,31^\circ$, b) 46,43N, $\theta = 13,69^\circ$

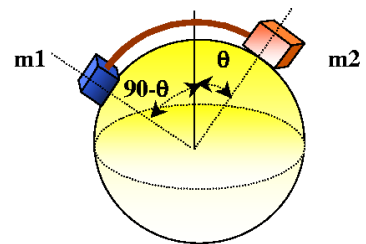
4. (*) Se colocan dos paquetes sobre una cinta transportadora que forma un ángulo con la horizontal de 15° y se encuentra en reposo. Los coeficientes de rozamiento entre la cinta y el paquete A valen $\mu_s=0.2$ y $\mu_k=0.15$; entre la cinta y el paquete B valen $\mu_s=0.3$ y $\mu_k=0.25$. Los paquetes, cuyas masas son $m_A=6$ Kg y $m_B=4$ Kg, se colocan sobre la cinta de modo que están en contacto entre sí y en reposo. Determinar:



- a) Si se moverán uno o los dos paquetes;
b) La fuerza de rozamiento que actúa sobre cada paquete.

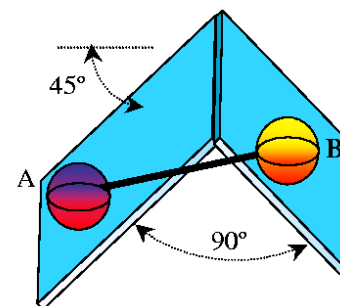
Solución: a) Se mueven A y B, b) $F_a = 8,53$ N; $F_b = 9,48$ N

5. Dos cuerpos de masas respectivas $m_1=200$ kg y $m_2=300$ kg se unen mediante una cuerda y se apoyan en la superficie de una esfera lisa como se muestra en la figura. Determine las reacciones sobre la superficie, la tensión en la cuerda y el ángulo θ en la posición de equilibrio.



Solución: $\theta = 33,7^\circ$, $T = 1632$ N, $N_1 = 1088$ N, $N_2 = 2448$ N

6. Dos ruedas A y B de masas $2m$ y m respectivamente, están unidas mediante una varilla de masa despreciable y pueden rodar libremente sobre la superficie representada. Determinar el ángulo θ que forma la varilla con la horizontal cuando el sistema se encuentra en equilibrio.



Solución: $\theta = 18,43^\circ$

7. Un objeto de 4kg está sujeto a dos fuerzas, $\vec{F}_1 = 2\vec{i} - 3\vec{j}$ (N) y $\vec{F}_2 = 4\vec{i} + 11\vec{j}$ (N). El objeto está en reposo en el origen en $t=0$.

- a) ¿Cuál es la aceleración del objeto?
b) ¿Cuál es su velocidad en el tiempo $t=3$ s?
c) ¿Donde está el objeto en el tiempo $t=3$ s?

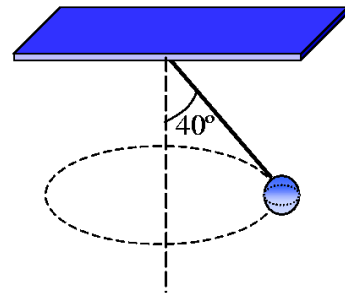
Solución: a) $\vec{a} = 1,5\vec{i} + 2\vec{j} [m/s^2]$, b) $\vec{v} = 4,5\vec{i} + 6\vec{j} [m/s]$, c) $\vec{r} = 6,75\vec{i} + 9\vec{j} [m]$

8. Una fuerza horizontal de 100N actúa sobre un bloque de 12kg haciéndole subir por un plano inclinado un ángulo $\theta=25^\circ$ sin rozamiento. Calcular:

- Fuerza normal que el plano inclinado ejerce sobre el bloque
- ¿Cuál es la aceleración del bloque?

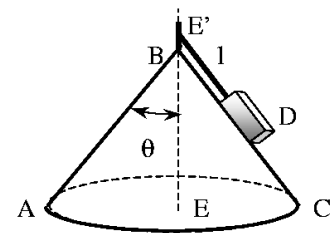
Solución:

9. (T) Una bola de pequeñas dimensiones y masa $m=5$ kg se sujeta a una cuerda de longitud $L=2$ m para hacerla girar describiendo una circunferencia horizontal a una celeridad constante v_0 . Sabiendo que la cuerda forma un ángulo $\theta=40^\circ$ con la vertical, determinar la tensión de la cuerda y la celeridad v_0 de la bola.



Solución: $T = 63,96N$; $v_0 = 3,25m/s$

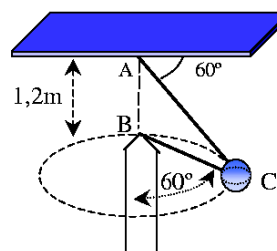
10. (T) Un cuerpo D, de masa m , se encuentra sobre una superficie cónica lisa ABC y está girando alrededor del eje EE' con velocidad angular constante ω . Calcular:



- La velocidad lineal del cuerpo
- Componentes intrínsecas de la aceleración
- Reacción de la superficie sobre el cuerpo
- La tensión del hilo
- La velocidad angular necesaria para reducir la reacción de la superficie a cero

Solución: a) $v_D = \omega l \sin \theta$, b) $a_T = 0$; $a_N = \omega^2 l \sin \theta$, c) $N = (mg \tan \theta - (v^2/R)) / (\cos \theta + \sin \theta \tan \theta)$, d) $T = mg / \cos \theta$, e) $\omega = \sqrt{g / l \cos \theta}$

11. (*) Dos alambres AC y BC están unidos a una esfera de 5 kg. Se hace girar la esfera de modo que describa una circunferencia horizontal a celeridad constante v_0 . Determinar la celeridad para la cual la tensión es la misma en ambos alambres y el valor de dicha tensión.



Solución: $T = 35,87 \text{ N}; v = 3,191 \text{ [m/s]}$

12. (*) En el mismo sistema del problema anterior, se hace girar la esfera de modo que describa una circunferencia horizontal a celeridad constante v . Determinar el intervalo de valores de v para los cuales la tensión en ambos alambres es no nula.

Solución: $2,425 < v < 4,2 \text{ [m/s]}$

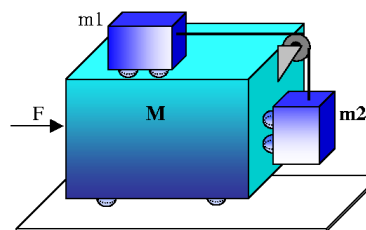
13. Un cuerpo de 2kg cuelga de un dinamómetro sujeto del techo de un ascensor. Qué lectura indicará el dinamómetro en los siguientes casos?:
- Cuando el ascensor desciende con velocidad de 30m/s constante
 - Cuando el ascensor asciende con aceleración de 10m/s^2
 - Si se rompe el cable del ascensor y éste cae con aceleración g

Solución: a) 19,62 N, b) 39,62 N, c) 0 N

14. Un hombre sostiene en el interior de un ascensor un cuerpo de 10kg mediante una cuerda capaz de resistir 150N. Cuando el ascensor arranca, la cuerda se rompe. ¿Cuál fue la aceleración mínima del ascensor?

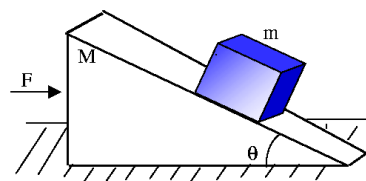
Solución:-

15. (*) ¿Qué fuerza horizontal F debe aplicarse constantemente al sistema representado en la figura de modo que los cuerpos de masa m_1 y m_2 no se muevan respecto al M ? (No existe rozamiento en ninguna de las superficies y la polea es de masa nula).



Solución: $F = g(M + m_1 + m_2)/(m_1/m_2)$

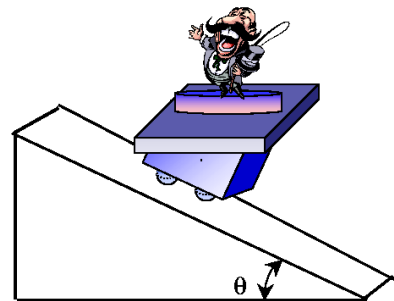
16. (*) Un bloque puede deslizar por un plano inclinado, que a su vez desliza sobre una superficie plana. Calcular:



- a) Aceleración mínima que ha de tener el plano inclinado para que el bloque no deslice por su superficie. Dato: no existe rozamiento entre ninguna superficie.
- b) Fuerza mínima F para que el bloque no deslice por el plano inclinado.
- c) Fuerza máxima F para que el bloque no ascienda por el plano inclinado.
- d) ¿Existe un θ mínimo a partir del cual el bloque nunca desciende por el plano inclinado?. Justificar la respuesta. Datos: en b), c) y d) el coeficiente de rozamiento entre el plano inclinado y el bloque vale μ . No hay rozamiento entre el plano inclinado y la superficie plana. figs/dinp10.ps

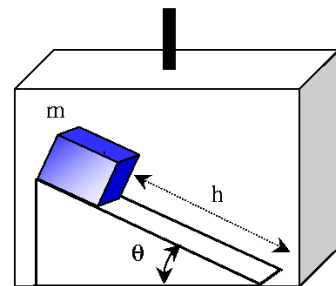
Solución: a) $g \tan \theta$, b) $F = (M + m)g(\tan \theta - \mu)/(1 + \mu \tan \theta)$, c) $F = (M + m)g(\tan \theta + \mu)/(1 - \mu \tan \theta)$

17. Un niño de masa $m=54\text{kg}$ se pesa en una báscula de resorte situada sobre una plataforma especial que se desplaza por un plano inclinado un ángulo $\theta=30^\circ$ como muestra la figura (no hay rozamiento entre la plataforma y el plano inclinado). ¿Cuál será la lectura de la báscula en estas condiciones?



Solución: 40,5 kg

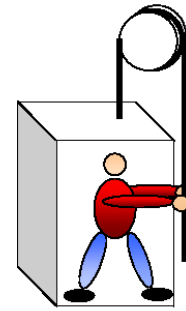
18. Un plano inclinado un ángulo $\theta = 30^\circ$, de longitud total $h=1\text{m}$, se encuentra en el interior de un ascensor. Un cuerpo de masa m se deja caer desde el extremo superior y desliza sin rozamiento. Calcular:



- a) Tiempo que tarda el cuerpo en descender todo el plano inclinado si el ascensor sube con velocidad constante.
- b) Tiempo que tarda el cuerpo en descender si el ascensor sube con aceleración constante a .

Solución: a) 0,639 s, b) 0,582 s

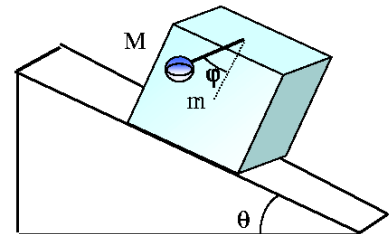
19. (*) Una persona de masa $m=58\text{kg}$ se encuentra sobre una plataforma de masa $M=14.5\text{kg}$ como indica la figura. Encontrar la fuerza que la persona debe hacer sobre la cuerda para:



- a) Subir con una aceleración de 61cm/s^2
 b) Subir a velocidad constante.

Solución: a) $377,4\text{ N}$, b) $355,2\text{ N}$

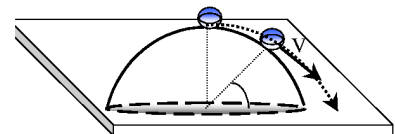
20. (*) Un marco rectangular de masa $M=5\text{kg}$ del que cuelga una plomada de masa $m=1\text{kg}$ desliza por un plano inclinado un ángulo $\theta=30^\circ$ como muestra la figura. Una vez iniciado el movimiento la plomada se estabiliza formando un cierto ángulo respecto de la vertical. Calcular:



- a) Ángulo que forma la cuerda de la plomada respecto de la vertical si no existe rozamiento entre las superficies.
 b) Ángulo que forma la plomada si el coeficiente de rozamiento entre el marco y el plano inclinado es $\mu = 0,2$.

Solución: a) 30° , b) 19°

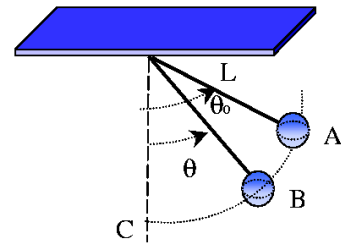
21. (*) Una partícula de masa m permanece en reposo en la cima de una semiesfera de radio R que está apoyada por su base sobre una superficie horizontal. Cuando desplazamos ligeramente la partícula de su posición de equilibrio, ésta comienza a deslizarse sobre la superficie de la hemiesfera.



- a) ¿En qué posición abandona la partícula la superficie de la hemiesfera?
 b) ¿Cuál es la celeridad de la partícula en ese instante?
 c) ¿A qué distancia del pie de la hemiesfera caerá la partícula sobre el plano horizontal?.

Solución: a) $48,19^\circ$ con la horizontal, b) $\sqrt{0,66gR}$, c) $d = 0,125R$

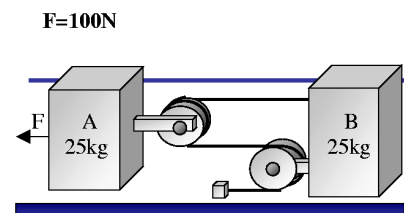
22. (*) Una bola de masa m se suelta sin velocidad inicial desde un punto A y oscila en un plano vertical al extremo de una cuerda de longitud L . Determinar:



- La componente tangencial de la aceleración en el punto B en función del ángulo θ
- La celeridad en el punto B en función de θ, θ_0 y L
- La tensión en la cuerda en función de m, g y θ_0 cuando la bola pasa por el punto más bajo C
- El valor de θ_0 si la tensión en la cuerda es $T=2mg$ cuando la bola pasa por el punto C.

Solución: a) $g \sin \theta$, b) $\sqrt{2gL(\cos \theta - \cos \theta_0)}$, c) $mg(3 - 1 \cos \theta_0)$, d) 60°

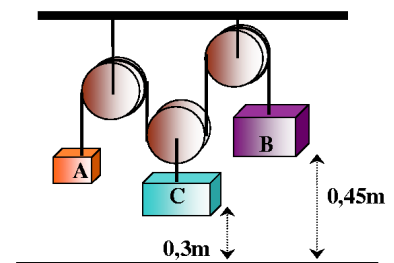
23. Despreciando el rozamiento, determinar para el sistema representado en la figura:



- La aceleración de cada bloque
- La tensión en el cable.

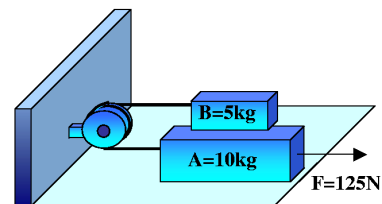
Solución: a) $T = 15,38 \text{ N}$, b) $a_A = 2,769 \text{ m/s}^2$; $a_B = 1,846 \text{ m/s}^2$ izq.,

24. Determinar la aceleración de cada uno de los bloques de la figura si $m_A = 5 \text{ kg}$, $m_B = 15 \text{ kg}$, $m_C = 10 \text{ kg}$. ¿Qué bloque llega primero al suelo?



Solución: $a_A = 4,035 \text{ m/s}^2$ arriba, $a_B = 0,5765 \text{ m/s}^2$ abajo, $a_C = 2,882 \text{ m/s}^2$ abajo, el bloque C llega antes

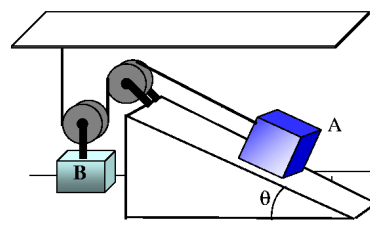
25. ^(T) Sabiendo que el coeficiente de rozamiento entre TODAS las superficies de contacto que aparecen en la figura es 0.30, determinar:



- a) La aceleración del bloque A
 b) La tensión en el cable. (Despréciase el rozamiento en el eje de la polea).

Solución: a) $a_A = 3,434 m/s^2$ der., b) $T = 31,87 N$

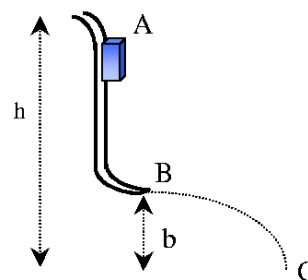
26. ^(T) Sabiendo que el coeficiente de rozamiento entre el bloque A y el plano inclinado de la figura es 0.10, que las masas de los bloques son $m_A = 10kg$ y $m_B = 7kg$ y que $\theta = 30^\circ$, determinar:



- a) El sentido del movimiento
 b) Aceleración del bloque B
 c) Tensión en la cuerda

Solución: -

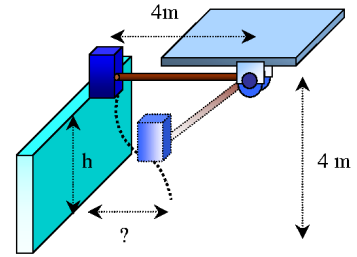
27. ^(*) Un pequeño bloque se deja en A sin velocidad inicial y se empieza a mover sin rozamiento a lo largo de la guía hasta B, donde deja la guía con velocidad horizontal. Sabiendo que $h=3 m$ y $b=1.2 m$, determinar:



- a) Velocidad del bloque cuando cae al suelo
 b) Distancia C entre el final de la guía y la posición donde cae al suelo.

Solución: a) $7,668 m/s$, b) $2,939 m$

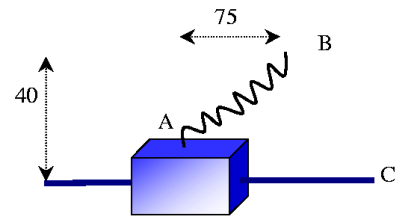
28. (*) Un saco se empuja suavemente por el borde de una pared en A y oscila en un plano vertical colgado del extremo de una soga de 4 m que puede soportar una tensión máxima de dos veces el peso del saco. Determinar:



- a) Diferencia de cota h entre el punto A y el punto B para el cual se rompe la cuerda.
 b) Distancia desde la vertical de la pared donde caerá al suelo el saco.

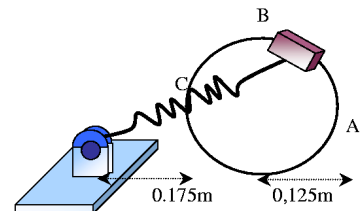
Solución: a) $h = 2,667 \text{ m}$, b) $d = 2,021 \text{ m}$

29. (T) El muelle AB tiene de constante 1.2 kN/m y está unido a la deslizadora A de 2 kg que se mueve libremente a lo largo de una barra horizontal. La longitud del muelle sin deformar es de 0.250 m . Si la deslizadora se deja en reposo en la posición de la figura, determinar la máxima velocidad alcanzada por la deslizadora.



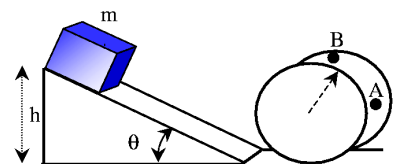
Solución: $14,23 \text{ m/s}$

30. (T) Una deslizadora de 1.5 kg está unida a un muelle y desliza sin rozamiento a lo largo de una barra circular horizontal. El muelle está sin deformar cuando la deslizadora está en C y su constante es de 400 N/m . Si la deslizadora se deja en reposo en B, determinar su velocidad cuando pasa por C.



Solución: $2,45 \text{ m/s}$

31. (*) Una partícula m se deja caer por un plano inclinado un ángulo θ desde una altura h . En la base del plano el cuerpo entra en una guía circular de radio R como muestra la figura. El coeficiente de rozamiento entre el plano inclinado y el cuerpo es μ , y no existe rozamiento en ningún otro tramo del trayecto. Se pide calcular:

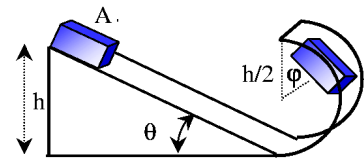


- a) Velocidad del cuerpo al final del plano inclinado y trabajo realizado por las fuerzas de rozamiento.

- b) Altura h mínima necesaria, respecto a la base del plano inclinado, para que la partícula pueda dar una vuelta entera, y módulo de la velocidad en el punto más alto de la trayectoria (punto B).
- c) Reacción normal de la guía circular sobre la partícula en el punto A de la trayectoria (ver figura).

Solución: a) $v = \sqrt{2gh(1 - \mu \cot \theta)}$; $W_{Fx} = -\mu mg \cot \theta$, b) $h = 5R/2(1 - \mu \cot \theta)$; $v = \sqrt{Rg}$, c) $N = (2mg - R)(h(1 - \mu \cot \theta) - R)$

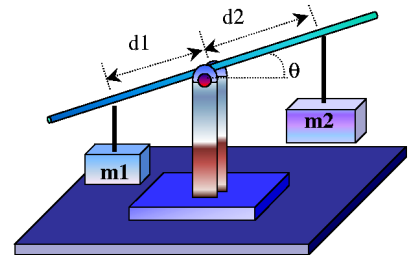
32. (*) Un pequeño cuerpo A de masa $m=5\text{kg}$ comienza a deslizar desde una altura $h=1\text{m}$ por un plano inclinado un ángulo $\theta = 30^\circ$. En la base del plano el cuerpo entra en un canal semicircular de radio $h/2$ como muestra la figura. El coeficiente de rozamiento entre el plano y el cuerpo es $\mu = 0,05$, y no existe rozamiento en el canal semicircular. Se pide calcular:



- a) Velocidad del cuerpo al final del plano inclinado y trabajo realizado por las fuerzas de rozamiento.
- b) Reacción normal del canal semicircular sobre el cuerpo en función del ángulo φ (ver figura).
- c) Altura, respecto a la base del plano inclinado, a la que el cuerpo se separa del canal, y módulo de la velocidad en ese instante.
- d) Velocidad del cuerpo en el punto más alto de la trayectoria una vez se ha separado del canal.

Solución: a) $4,23 \text{ m/s}$, b) $N = mg[2 - ((4\mu \tan \theta) + 3 \cos \varphi)]$, c) $0,776 \text{ m}$, d) $0,91 \text{ m/s}$

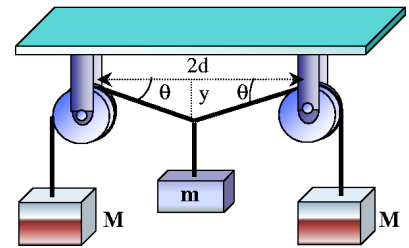
33. (T) Una barra recta de masa despreciable se monta sobre un pivote sin rozamiento como muestra la figura. Las masas m_1 y m_2 se suspenden a las distancias d_1 y d_2 del modo indicado. Se pide:



- a) Energía potencial gravitatoria de las masas en función del ángulo θ formado por la barra y la horizontal $U(\theta)$.
- b) ¿Para qué ángulo θ es mínima la energía potencial?. Discutir el resultado representando gráficamente $U(\theta)$ y obteniendo las posiciones de equilibrio del sistema.
- c) Demostrar que si $m_1 d_1 = m_2 d_2$, la energía potencial es independiente de θ . (Cuando esto ocurre el sistema está equilibrado para cualquier valor de θ).

Solución: a) $U = g \sin \theta (m_2 d_2 - m_1 d_1)$, b) $\theta = 90^\circ$ si $m_2 d_2 < m_1 d_1$; $\theta = 270^\circ$ si $m_2 d_2 > m_1 d_1$

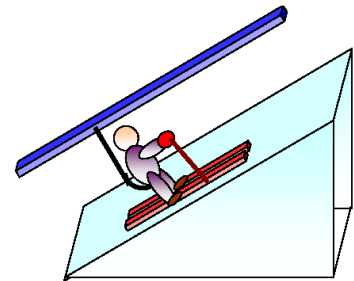
34. (T) Dos bloques de igual masa M están atados a los extremos de una cuerda muy ligera e inextensible que cuelga sobre dos poleas sin rozamiento. Un tercer bloque de masa m se sujeta a continuación en la mitad de la cuerda entre las poleas como muestra la figura. Se pide:



- Determinar la energía potencial del sistema en función de la distancia y indicada en la figura.
- Determinar la distancia y_0 de equilibrio utilizando la función energía potencial. Comprobar la respuesta analizando las fuerzas.
- ¿Cuál será la distancia máxima que desciende el bloque m ?

Solución: -

35. (*) Debemos construir un arrastre de esquiadores constituido por un cable del que pueden asirse, mediante las correspondientes manillas, los esquiadores que han de ser remolcados cuesta arriba. La pendiente en la que ha de actuar nuestro aparato es de 30° y el ángulo (ϕ) que forman, por término medio, las manillas con la dirección del cable es de 45° . El cable debe moverse con una velocidad constante de 10 km/h y ser capaz de transportar simultáneamente 50 esquiadores. Suponemos que cada uno de los esquiadores pesa por término medio, 75 kg y que el coeficiente de rozamiento entre los esquís y la nieve sea 0.10. Si admitimos que la eficiencia mecánica del sistema en funcionamiento sea del 80% ¿cuál será la potencia necesaria?

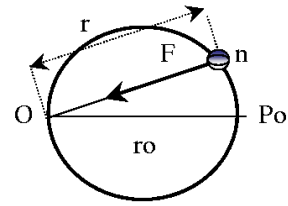


Solución: $P = 92,5 \text{ CV}$

36. (*) La resistencia por rozamiento con el agua en un barco varía directamente en función de la potencia 1.75 de su velocidad ($F_r \approx v^{1,75}$). Una simple barcaza a toda potencia puede arrastrar un barco a una velocidad constante de 5 km/h, ejerciendo una fuerza constante de 200kN. Determinar:
- La potencia desarrollada por la barcaza.
 - La máxima velocidad a la cual dos barcasas, capaces de desarrollar la misma potencia, pueden arrastrar el barco.

Solución: a) 278 kW, b) 6,43 km/h

37. (*) Una partícula recorre una circunferencia de diámetro r_0 bajo la acción de una fuerza central cuyo centro atractor O está sobre la circunferencia. Calcular la celeridad v en función del ángulo θ que forma el vector posición con la horizontal, sabiendo que la celeridad es v_0 cuando la partícula pasa por el punto P_0 , diametralmente opuesto a O.



Solución: $v = v_0 / \cos^2 \theta$,

38. (*) Una bola de 90g se mueve sobre una mesa horizontal y lisa, sujeta al extremo de un hilo que pasa a través de la mesa por un pequeño agujero O. Cuando la longitud del hilo que hay sobre la mesa es $r_1 = 0,4m$, la celeridad de la bola es $v_1 = 2,4m/s$. Sabiendo que la resistencia a la rotura del hilo es de 15 N, determinar:

- La mínima longitud r_2 que puede conseguirse tirando lentamente del hilo a través del agujero.
- La velocidad v_2 correspondiente.

Solución: a) $r_{min} = 0,177m$, b) $v = 5,424 m/s$

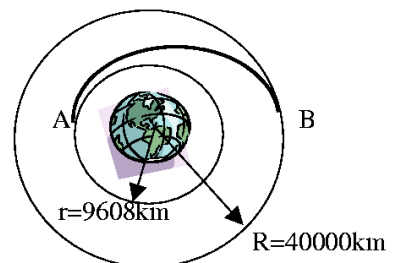
39. (T) Determinar la masa de la Tierra a partir de la Gravitación Universal de Newton, sabiendo que un satélite tarda 94.51 minutos en recorrer una órbita circular a 500km de la superficie terrestre.

Solución: $5,9682 \times 10^{24} kg$

40. (T) Los satélites de comunicaciones se sitúan en órbita circular sobre el ecuador, denominada geosíncrona, porque en ella dan la vuelta a la Tierra en un día sidéreo (23 horas 56 minutos) y permanecen así fijos respecto al suelo terrestre. Determinar la altura de estos satélites sobre la superficie de la Tierra y la velocidad a la que recorren la órbita.

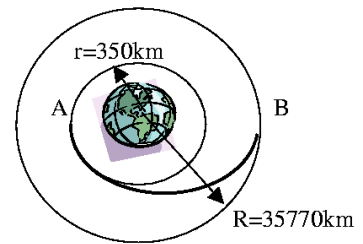
Solución: 35774 km; 3073 m/s

41. Un remolcador espacial recorre una órbita circular de 9600km de radio alrededor de la Tierra. A fin de transferirlo a otra órbita circular de 40000km de radio, se sitúa el remolcador en una trayectoria elíptica AB encendiendo sus motores al pasar por el punto A para aumentar su velocidad en 6260km/h. ¿Cuánto ha de aumentar la velocidad del remolcador cuando pase por el punto B para transferirlo a la nueva órbita circular?.



Solución: 1191,85 m/s (aprox 4290 km/h)

42. Para situar satélites de comunicaciones en la órbita geosíncrona a 35770km/h de altura sobre la superficie terrestre, se emplea un remolcador espacial. Sabiendo que durante la operación el remolcador describe una órbita circular intermedia a 350km de altura, determinar:



- El aumento de velocidad que debe proporcionarse al remolcador en el punto A para transferirlo a la órbita elíptica de transición representada en la figura.
- El aumento de velocidad preciso en el punto B para transferirlo finalmente a la órbita geosíncrona.

Solución: a) 2411,8 m/s, b) 1461 m/s