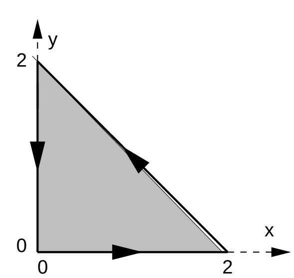
Camps electromagnètics i Òptica
2on Cicle de Eng. en Automàtica i Electrònica Industrial
Dept. de Física i Enginyeria Nuclear – ETSEIT
Universitat Politècnica de Catalunya

HOJA 1: Campos escalares y vectoriales. Análisis vectorial

1. Dado un campo vectorial $\vec{A} = y\vec{i} + x\vec{j}$ determine el valor de la integral de línea $\int \vec{A}\cdot\vec{dl}$ desde los puntos $a(2,1,-1)$ hasta $b(8,2,-1)$
   (a) a lo largo del segmento que une ambos puntos
   (b) a lo largo de la parábola $x = 2y^2$
2. Dado el campo escalar $V = 2xy - yz - xz$
   (a) Determine el vector que representa la dirección y la magnitud de la razón de incremento máxima de V en el punto $P(2,-1,0)$.
   (b) Determine la razón de incremento de V en el punto P en la dirección hacia el punto $Q(0,2,6)$.
3. Determine la divergencia del campo dado por $\vec{A} = kr^n\vec{u}_r$ en esféricas
4. Determine la divergencia del campo dado por $\vec{A} = \frac{k}{r^2}\vec{u}_r$ en esféricas
5. Dado el campo vectorial $\vec{G} = xy\vec{i} + yz\vec{j} + zx\vec{k}$:
   (a) Determine el flujo de salida total a través de la superficie del cubo con arista de longitud unidad, con un vértice en el origen de coordenadas y aristas paralelas a los ejes cartesianos, que se encuentra en el primer octante.
   (b) Encuentre $\nabla\cdot\vec{G}$ y compruebe que se verifica el teorema de la divergencia.
6. Sea el campo vectorial $\vec{G} = (2x^2 + y^2)\vec{i} + (xy - y^2)\vec{j}$
   (a) Determine la circulación del campo a lo largo del contorno cerrado de la figura.
   (b) Calcule el flujo del rotacional del campo a través de la superficie de la figura.
   (c) ¿Se trata de un campo conservativo?.
   (d) ¿Se puede expresar el campo $\vec{G}$ como el gradiente de cierto campo escalar?.



7. Dado el campo vectorial $\vec{F} = z\vec{k}$:

(a) Calcule el flujo a través de la superficie cerrada determinada por el plano xy y la mitad superior (para $z > 0$) de una esfera de radio a con centro en el origen de coordenadas.

(b) Encuentre $\vec{\nabla} \cdot \vec{F}$ y compruebe que se verifica el teorema de la divergencia.

8. Dado el campo vectorial dado por $\vec{F} = k \sin(\phi/2)\vec{u}_\varphi$ en coordenadas esféricas:

   (a) Determine la circulación del campo a lo largo de la circunferencia de radio a, con centro en el origen y paralela al plano xy

   (b) Estime su flujo a través de la superfície de la semiesfera de radio a, con centro en el origen y $z > 0$. Compruebe que se verifica el teorema de Stokes.

9. Calcular la carga eléctrica total que contiene un volumen cilíndrico de radio R y altura H, cuya densidad de carga está dada por la función que se expresa en coordenadas cilíndricas:

$$\rho = \frac{K}{r}$$

10. Calcular la carga eléctrica total que contiene un volumen esférico de radio R, cuya densidad de carga está dada por la función que se expresa en coordenadas esféricas:

$$\begin{aligned} \rho &= \rho_0 \frac{r}{a} \qquad 0 \leq r \leq a \\ \rho &= \rho_0 \frac{a}{r} \qquad a \leq r \leq R \end{aligned}$$

    donde $0 \leq a \leq R$ es cierta constante