Departament de Física i Enginyeria Nuclear

Complements de Física A: Fluids i Termodinàmica

Curs 02-03, Segona Avaluació 20 de Juny de 2003

PROBLEMAS (40 %)

1. Un depósito cerrado cilíndrico de 20 cm de radio contiene aire a una presión manométrica de 2 atm y está parcialmente lleno de agua, como se ilustra en la figura adjunta. El diámetro de la tubería AB es de 40 cm y el caudal es de $1\,\mathrm{m}^3/\mathrm{s}$. Suponiendo régimen estacionario, flujo incompresible, y no viscoso, calcular:

   a) El diámetro de la tuberia cilíndrica CD

   b) El punto (o puntos) de la tubería ABCD donde la presión es inferior a la atmosférica. Calcular dicho valor.

   c) El punto (o puntos) de la tubería ABCD donde la presión es superior a la atmosférica. Calcular dicho valor.

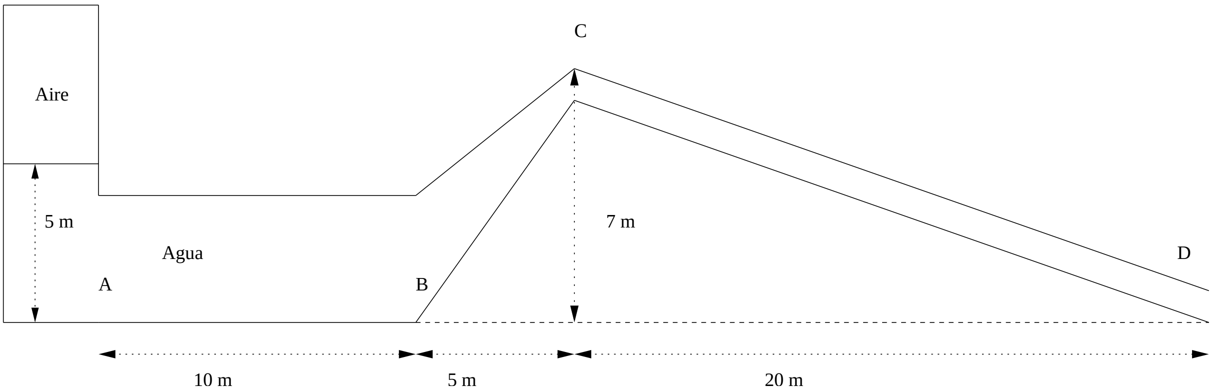


Figura 1: Problema 1

Solución

Si denominamos 1 el punto de la superficie libre del agua en contacto con el aire a presión, y dibujamos una línea de corriente que vaya desde 1 a D, podemos poner:

$$P_1 + \rho g z_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = P_D + \rho g z_D + \frac{1}{2}\rho v_D^2 \tag{1}$$

Teniendo en cuenta la definición de caudal:

$$Q = S_1 v_1 = S_D v_D \Longrightarrow \begin{cases} v_1 = \frac{Q}{S_1} \\ v_D = \frac{Q}{S_D} \end{cases} \tag{2}$$

Sustituyendo las velocidades de la ecuación 2 en la ecuación 1 y despejando S_D, obtenemos:

$$S_D = \sqrt{\frac{Q^2 \rho}{2\left((P_1 - P_D) + \rho g (z_1 - z_D) + \frac{\rho}{2}\frac{Q^2}{S_1^2}\right)}} \tag{3}$$

Realizando el cálculo numérico con $P_1 = 303900\,\mathrm{Pa}$, $P_D = 101300\,\mathrm{Pa}$, $z_1 = 5\,\mathrm{m}$, $z_D = 0$, $\rho = 1000\,\mathrm{kg/m^3}$, $Q = 1\,\mathrm{m^3/s}$, $S_1 = \pi(0{,}2)^2$, se obtiene $S_D = 4{,}20 \times 10^{-2}\,\mathrm{m}^2$, es decir, un diámetro de $\boxed{23{,}12\,\mathrm{cm}}$.

Tomando una linea de corriente entre el punto 1 y el fondo del conducto AB, podemos escribir:

$$P_1 + \rho g z_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = P_A + \rho g z_A + \frac{1}{2}\rho v_A^2 \tag{4}$$

Notando que las secciones S_1 y S_A son iguales por el enunciado, ambas velocidades también deben ser iguales con lo que:

$$P_A = P_1 + \rho g(z_1 - Z_A) \tag{5}$$

Realizando cálculo numérico, resulta ser que en el fondo del trayecto desde A hasta B, la presión resulta ser $\boxed{P_A = 352900\,\mathrm{Pa}}$. Es evidente que éste es el valor máximo de la presión.

El valor mínimo de la presión debe encontrarse en el punto C. Tomando una linea de corriente entre 1 y C, encontramos:

$$P_1 + \rho g z_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = P_C + \rho g z_C + \frac{1}{2}\rho v_C^2 \tag{6}$$

Usando la definición de caudal:

$$P_C = P_1 + \rho g(z_1 - z_C) + \frac{\rho Q^2}{2}\left(\frac{1}{S_1^2} - \frac{1}{S_C^2}\right) \tag{7}$$

Llevando a cabo el cálculo numérico, resulta ser $\boxed{P_C = 50156\,\mathrm{Pa}}$. Es evidente que es en ese punto donde la presión será mínima.

2. Se tiene un mol de gas ideal diatómico ($\gamma = 1{,}4$). Inicalmente se encuentra a $P_1 = 1$ atm y $t_1 = 0^oC$. El gas se calienta a volumen constante hasta $t_2 = 150^oC$ y luego se expansiona adiabáticamente hasta que su presión vuelve a ser $P_3 = 1$ atm. Luego se comprime a presión constante hasta su estado original.

a) dibujar el ciclo en un diagrama P-V y decir si el sistema es un motor o un refrigerador. Razone la respuesta.

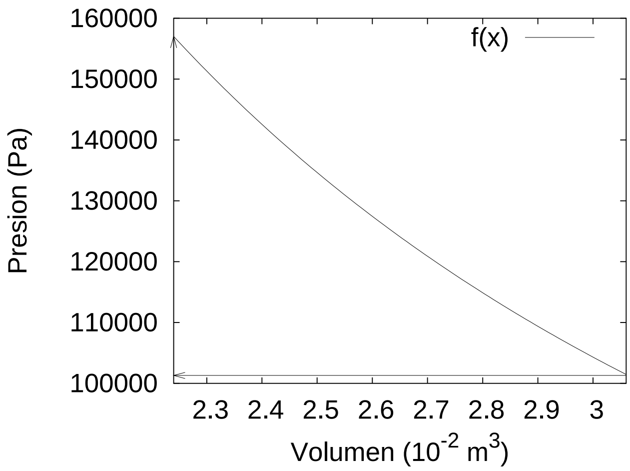
b) calcular las coordenadas termodinámicas (P, V, T) de cada estado 1, 2 y 3. Presente los resultados en forma de tabla.

c) calcular el trabajo, calor, la variación de energía interna y la variación de entropía de cada proceso ($1 \to 2$, $2 \to 3$, $3 \to 1$).

d) calcular el rendimiento (si es motor) o la eficiencia (si es refrigerador)

(datos: 1 Atm = 101300 Pa; R=8.315 $\frac{J}{mol\,K}$)

Solución



El ciclo descrito es un motor, ya que se recorre en el sentido de las agujas de un reloj en un diagramna PV. Es un motor porque el trabajo en el ciclo es positivo.

Estado	P (Pa)	V (m^3)	T (K)
1	101300	$2{,}24 \times 10^{-2}$	273
2	157020	$2{,}24 \times 10^{-2}$	423
3	101300	$3{,}06 \times 10^{-2}$	373

Tabla 1: Solución al apartado (b).

Proceso	Q (J)	U (J)	W (J)	S (J/K)
$1 \to 2$	3118	3118	0	9.10
$2 \to 3$	0	-1043.5	1043.5	≈ 0
$3 \to 1$	-2904.4	-2074.5	-830.66	-9.08
	$\Delta Q_{cicle} = 213{,}6$	$\Delta U_{cicle} = 0$	$\Delta W_{cicle} = 212{,}8$	$\Delta S_{cicle} \approx 0$

Tabla 2: Solución al apartado (c).

El rendimiento se calcula mediante $\eta = \frac{212{,}8}{3118} = 6{,}82 \times 10^{-2} \approx 6{,}8\,\%$.