1. TEORIA DE LA RELATIVITAT

1.1. La transformació de Galileu.
1.2. La transformació de Lorentz.
1.3. Dilatació del temps.
1.4. Contracció de la longitud.
1.5. Composició de velocitats.
1.6. Mecànica relativista.
1.7. Teoria general de la relativitat.

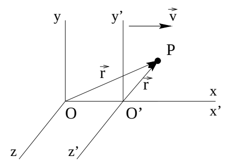
Slide 1

1.1. La transformació de Galileu

- Llei fonamental de la Mecànica: 2ona. llei de Newton

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

- Sistema de referència (SR): origen i eixos coordenats
- SR inercials: aquells pels quals $\vec{a} = 0$ quan $\sum \vec{F} = 0$.
- Descripció de moviments des de dos SR diferents:



Oxyz: SR <u>inercial</u>
$\vec{v}$ constant

- Transformació de Galileu:

$$\begin{array}{lclcl} x' = x - vt & & u'_x = u_x - v & & a'_x = a_x \\ y' = y & \longrightarrow & u'_y = u_y & \longrightarrow & a'_y = a_y \\ z' = z & & u'_z = u_z & & a'_z = a_z \end{array}$$

- Com que les acceleracions són iguals:
  - Tot SR que es mou <u>amb velocitat constant</u> respecte d'un SR inercial també és inercial.
  - Les lleis de la <u>mecànica</u> són les mateixes en tots els SR inercials.

Slide 2

1.2. La transformació de Lorentz

- Principi de relativitat:

  "Les lleis de la <u>natura</u> són les mateixes en tots els SR inercials"

- Problema: les lleis de l'electromagnetisme (eqs. de Maxwell) <u>no</u> són invariants sota la transformació de Galileu.

- Postulats de la teoria especial de la relativitat (Einstein, 1905):

  I. Les lleis de la natura són les mateixes en tots els SR inercials.

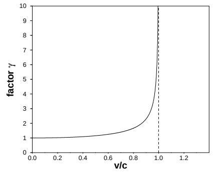
  II. La velocitat de la llum és la mateixa des de tots els SR inercials.

Slide 3

- Transformació de Lorentz:

$$
\begin{aligned}
x' &= \frac{x - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} & & & x' &= \gamma(x - vt) \\
y' &= y & &\longrightarrow & y' &= y \\
z' &= z & & & z' &= z \\
t' &= \frac{t - vx/c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} & & & t' &= \gamma\left(t - \frac{vx}{c^2}\right)
\end{aligned}
$$

- Factor $\gamma = \dfrac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$:



1.3. Dilatació del temps

- Considerem un rellotge que es mou amb velocitat v constant respecte d'un SR inercial Oxyz.
- Sigui O'x'y'zún SR que es mou solidàriament amb el rellotge.
  - Temps propi (des de O'x'y'z'): $T_0 = t'_2 - t'_1$ $(x'_1 = x'_2)$
  - Temps mesurat per *Oxyz*: $T = t_2 - t_1$
- Relació T-T_0: $\boxed{T = \gamma T_0}$
- Com que $\gamma \geq 1 \implies T \geq T_0$: el temps es dilata.

Slide 4

1.4. Contracció de la longitud

- Considerem un regle que es mou amb velocitat v constant respecte d'un SR inercial *Oxyz*.
- Sigui O'x'y'zún SR que es mou solidàriament amb el regle.
  - Longitud pròpia (des de O'x'y'z'): $L_0 = x'_2 - x'_1$
  - Longitud mesurada per *Oxyz*: $L = x_2 - x_1$ $(t_1 = t_2)$
- Relació L-L_0: $\boxed{L = L_0/\gamma}$
- Com que $\gamma \geq 1 \implies L \leq L_0$: la longitud es contrau.

1.5. Composició de velocitats

- Llei de composició de velocitats a partir de la transformació de Lorentz:

$$u'_x = \frac{u_x - v}{1 - vu_x/c^2}$$
$$u'_y = \frac{u_y}{\gamma(1 - vu_x/c^2)}$$
$$u'_z = \frac{u_z}{\gamma(1 - vu_x/c^2)}$$

- Propietat: si $u_x = c \implies u'_x = c \quad \forall v$

Slide 5

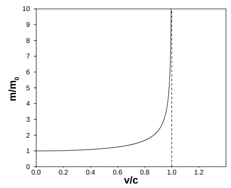
1.6. Mecànica relativista

- Nova formulació de la llei de Newton:

$$\sum \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} \qquad \text{amb} \quad \vec{p} = m(v)\vec{v}$$

- Massa relativista: $\boxed{m(v) = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = \gamma m_0}$

  m_0: massa en repòs
- Per tant, la massa augmenta amb la velocitat:



- Energia relativista:

$$E(v) = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \longrightarrow \boxed{E = mc^2}$$

- Energia en repòs: $E_0 = E(v = 0) = m_0c^2$
- Energia cinètica: $T = (\gamma - 1)m_0c^2$
- Relació energia-moment lineal:

$$E = \sqrt{p^2c^2 + m_0^2c^4}$$

Slide 6

1.7. Teoria general de la relativitat

- Principi d'equivalència (Einstein, 1916):

  "Un camp gravitatori homogeni és completament equivalent a un SR uniformement accelerat"

- Conseqüències:
  - La llum es desvia en presència de camps gravitatoris.
  - Queda explicat l'excès de precessió de l'òrbita de Mercuri.
  - El temps es contrau en zones de potencial gravitatori elevat.
  - Objectes prou densos no deixen escapar la llum $\longrightarrow$ forats negres.

Slide 7

2. FÍSICA QUÀNTICA

2.1. Radiació d'un cos negre.

2.2. Efecte fotoelèctric.

2.3. Efecte Compton.

2.4. Ones de matèria.

2.5. Principi d'incertesa de Heisenberg.

2.6. Equació de Schrödinger.

2.7. Quantització de l'energia.

Slide 8

2.1. Radiació d'un cos negre

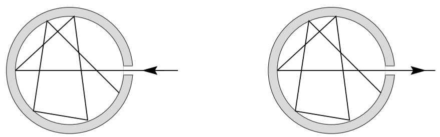
- Potència de radiació d'una superfície A a temperatura T:

  $\boxed{P = e\sigma A T^4}$ (llei de Stefan-Boltzmann, 1879)

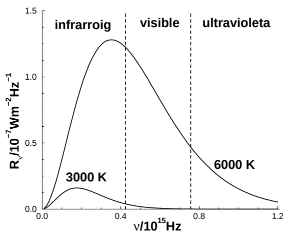
  σ: constant de Stefan $\longrightarrow$ $\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8}\ W/(m^2K^4)$

  e: emissivitat $\longrightarrow$ $0 \le e \le 1$

- Cos negre: emissor/absorbent perfecte $\Longrightarrow$ $e = 1$



- Irradiància espectral emesa per un cos negre:



$$R_\nu = \frac{1}{A}\frac{dP}{d\nu}$$

- Teoria clàssica de Rayleigh-Jeans:

$$R_\nu = \frac{2\pi kT}{c^2}\nu^2 \longrightarrow \text{catàstrofe ultravioleta}$$

Slide 9

- Hipòtesi de Planck (1900): l'energia està quantitzada

  $\boxed{E = h\nu}$

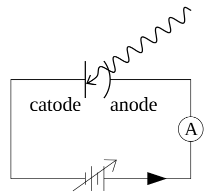
  h: constant de Planck $\longrightarrow$ $h = 6.63 \cdot 10^{-34}\ J \cdot s$

- La hipòtesi de Planck resol la catàstrofe ultravioleta:

$$R_\nu = \frac{2\pi h\nu^3}{c^2\left[\exp(h\nu/kT) - 1\right]}$$

2.2. Efecte fotoelèctric

- Efecte fotoelèctric: emissió d'electrons per part d'un material quan sobre la superfície d'aquest incideix llum.



Funció de treball ϕ: energia mínima necessària per arrencar un electró

- Característiques principals d'aquest efecte:
  - Existeix una freqüència llindar ν_0.
  - El potencial de frenada no depèn de la intensitat.
  - El potencial de frenada depèn linealment de la freqüència.
  - No existeix retard entre l'absorció de llum i l'emissió d'electrons.

Slide 10

- Teoria corpuscular d'Einstein (1905):

  la llum de freqüència ν és un flux de partícules d'energia: $\boxed{E = h\nu}$

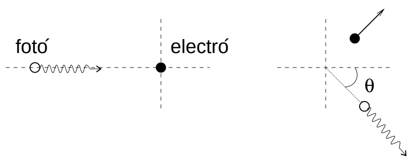
- <u>Fotó</u>: partícula que viatja a la velocitat de la llum

  $\Longrightarrow$ la seva massa en repòs ha de ser 0.

- Moment d'un fotó: $p = \dfrac{h}{\lambda}$

2.3. Efecte Compton

- Efecte Compton: canvi en la longitud d'ona de la llum en ser dispersada per electrons



- Conservació de l'energia i la quantitat de moviment:

$$\lambda' - \lambda = \frac{h}{mc}(1 - \cos\theta)$$

- Longitud d'ona Compton: $\lambda_C = h/mc = 2.4 \cdot 10^{-12}\ m$

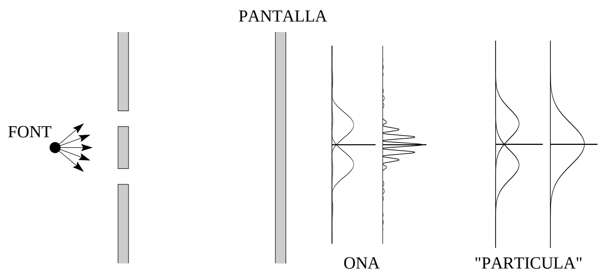
Slide 11

2.4. Ones de matèria

- <u>Dualitat ona-partícula</u>: no restringida a la llum, també afecta a la matèria.

- Longitud d'ona de de-Broglie (1924): $\boxed{\lambda = \dfrac{h}{p}}$

- Confirmació experimental del caràcter ondulatori de la matèria:
  - Difracció d'electrons: Davisson y Germer (1927).
  - Experiment de la doble escletxa de Young:



- Interpretació física de les ones de matèria: són ones de <u>probabilitat</u>.

Slide 12

2.5. Relacions d'incertesa de Heisenberg

- Principi d'incertesa (Heisenberg, 1927):

  "La posició i moment d'una partícula no es poden mesurar simultàniament amb precisió absoluta."

$$\boxed{\Delta x \, \Delta p_x \geq \frac{1}{2}\hbar} \qquad (\hbar \equiv \tfrac{h}{2\pi})$$

- Relació d'incertesa energia-temps: $\Delta E \, \Delta t \geq \frac{1}{2}\hbar$.

2.6. Equació de Schrödinger

- Funció d'ona $\psi(x, y, z)$:

  $|\psi(x, y, z)|^2 \, dx \, dy \, dz \rightarrow$ probabilitat de que la partícula es trobi en el volum $dV = dx \, dy \, dz$

- Explicació de la interferència:
  $|\psi|^2 = |\psi_1 + \psi_2|^2 = |\psi_1|^2 + |\psi_2|^2 + 2\psi_1\psi_2 \cos\delta$

- Equació de Schrödinger independent del temps:

$$\boxed{-\frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial z^2}\right) + U(x, y, z)\psi = E\psi}$$

- Equació de Schrödinger dependent del temps:

$$\boxed{-\frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\Psi}{\partial z^2}\right) + U(x, y, z)\Psi = i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t}}$$

Slide 13

2.7. Quantització de l'energia

- Cas 1: pou de potencial infinit (1-d)

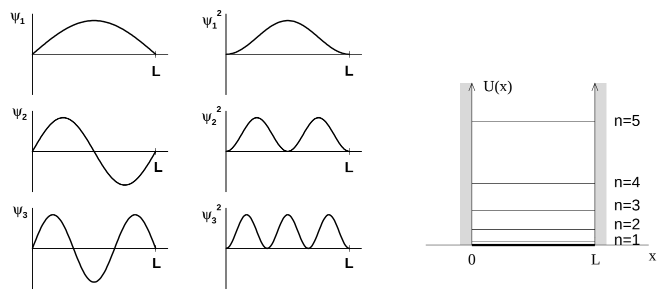
$$U = \begin{cases} 0 & 0 < x < L \\ \infty & x < 0, \; x > L \end{cases}$$

  – Espectre d'energies:

$$E_n = \frac{\hbar^2\pi^2}{2mL^2}n^2 \qquad (n = 1, 2, 3, \ldots)$$

  – Funció d'ona:

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{L}} \sin\left(\frac{n\pi x}{L}\right) \qquad (n = 1, 2, 3, \ldots)$$



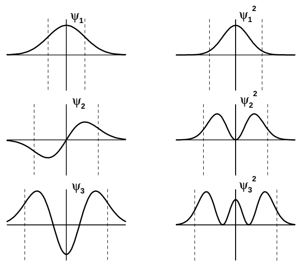
Slide 14

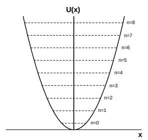
- Cas 2: oscil.lador harmònic (1-d):

$$U(x) = \frac{1}{2} m\omega^2 x^2$$

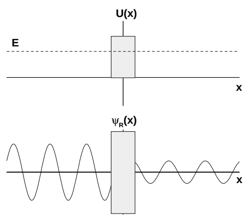
  - Espectre d'energies: $\boxed{E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega}$ $\quad (n = 0, 1, ..)$
  - Funció d'ona:

$$\psi_n(x) = f_n(x)\, e^{-x^2/2a^2} \qquad (f_n(x) : \text{polinomi de grau n})$$





- Efecte túnel:



Slide 15

3. ESTRUCTURA NUCLEAR I ATÒMICA

3.1. Estructura del nucli.
3.2. Forces nuclears i energia de lligam.
3.3. Estabilitat dels núclids.
3.4. Desintegració radiactiva.
3.5. Reaccions nuclears.
3.6. Espectres d'emissió.
3.7. Model de Bohr de l'àtom d'hidrògen.
3.8. Teoria quàntica de l'àtom d'hidrògen.

Slide 16

3.1. Estructura del nucli

- Concepte de nucli: Rutherford (1911)
- Constituents del nucli: nucleons

	massa	càrrega
protó	$1.674 \cdot 10^{-27}\ kg$	$+e$
neutró	$1.675 \cdot 10^{-27}\ kg$	0
(electró	$0.911 \cdot 10^{-30}\ kg$	$-e$)

- Representació d'un núclid: $\boxed{{}^{A}_{Z}X}$
  - Z: nombre atòmic (de protons)
  - A: nombre màssic (de nucleons)

- X i X' son $\begin{cases} \text{isòtops} \iff \text{Z=Z'} \\ \text{isòbars} \iff \text{A=A'} \\ \text{isòtons} \iff \text{N=N'} \end{cases}$

- Radi nuclear: $R \approx R_0 A^{1/3}, \quad R_0 = 1.1\ fm$
- Unitat de massa atòmica: $1\ u = 1.6605402 \cdot 10^{-27}\ kg$
- Energia en repòs associada a $1\ u$: $931.5\ MeV$

Slide 17

Objecte	Massa, u	Objecte	Massa, u
e	0.0005486	^{27}Al	26.981541
p	1.0072766	^{56}Fe	55.934939
n	1.0086652	^{87}Rb	86.909186
^{1}H	1.0078252	^{103}Rh	102.90550
^{2}H	2.014102	^{123}Te	122.904277
^{3}He	3.016029	^{197}Au	196.96656
^{4}He	4.002603	^{226}Ra	226.025406
^{12}C	12.000000	^{232}Th	232.038054
^{14}N	14.003074	^{235}U	235.043925
^{16}O	15.994915	^{238}U	238.050786

3.2. Forces nuclears i energia de lligam

- Força d'interacció entre nucleons: força nuclear forta
  - independent de la càrrega
  - molt curt abast ($\sim 10^{-14}\ m$)
  - molt intensa
- Energia de lligam: $\boxed{B = (ZM_H + Nm_n - M_a)c^2}$
- Energia de lligam per nucleó B/A: útil per comparar diferents núclids.
- Model de la gota líquida:

$$\frac{B}{A} = C_1 - C_2 A^{-1/3} - C_3 Z(Z-1)A^{-4/3}$$

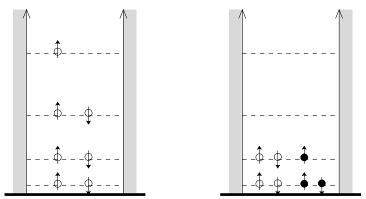
Slide 18

3.3. Estabilitat dels núclids

- Característiques dels núclids estables:
  - Núclids lleugers: $Z \approx N$
  - Núclids pesats: $Z \lesssim N$
- Nombres màgics:

  $Z = 2, 8, 20, 28, 50, 82$

  $N = 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126$
- Model de capes:
  - Nucleons: partícules "independents"
  - Principi d'exclusió de Pauli: dos nucleons no poden ocupar el mateix estat quàntic



  - Z gran: la repulsió electrostàtica comença a ser rel.levant

Slide 19

3.4. Desintegració radiactiva

- Desintegració radiactiva (Becquerel, 1896)
  $\hookrightarrow$ radiació α, β i γ
- Ritme de desintegració: $dN = -\lambda N dt \longrightarrow N = N_0 e^{-\lambda t}$
  - Vida mitja: $T_{1/2} = \dfrac{\ln 2}{\lambda}$
- Desintegració α: el nucli emet una partícula alfa

$$\boxed{{}^{A}_{Z}P \longrightarrow {}^{A-4}_{Z-2}D + {}^{4}_{2}He}$$

  - Energia de desintegració: $Q_\alpha = (M_P - M_D - M_{He})c^2$
  - Mecanisme de decaiment: efecte túnel
- Desintegració $\beta-$: el nucli emet un electró

$$\boxed{{}^{A}_{Z}P \longrightarrow {}^{A}_{Z+1}D + {}^{0}_{-1}e + \bar{\nu}}$$

  - Energia de desintegració: $Q_\alpha = (M_P - M_D)c^2$
- Desintegració $\beta+$: el nucli emet un positró

$$\boxed{{}^{A}_{Z}P \longrightarrow {}^{A}_{Z-1}D + {}^{0}_{+1}e + \nu}$$

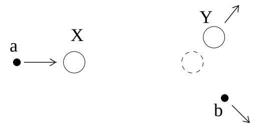
  - Energia de desintegració: $Q_\alpha = (M_P - M_D - 2m_e)c^2$
- Desintegració γ: el nucli emet un fotó

$$\boxed{{}^{A}_{Z}X^* \longrightarrow {}^{A}_{Z}X + \gamma}$$

Slide 20

3.5. Reaccions nuclears

- Transformació d'un núclid X en un altre Y mitjançant una partícula incident a:



$$\boxed{a + X \longrightarrow Y + b}$$

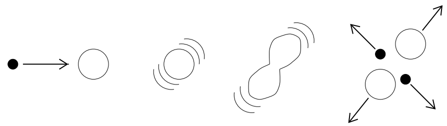
- Energia de reacció:

$$Q = [(m_a + M_X) - (M_Y + m_b)]c^2$$

$Q > 0$: reacció exotèrmica

$Q < 0$: reacció endotèrmica

- **Fisió nuclear:** divisió d'un nucli gran en dos petits



  - Reacció exotèrmica
  - Reacció en cadena $\longrightarrow$ massa crítica
  - Els productes són radiactius

- **Fusió nuclear**: unió de dos nuclis petits
  - Més energètica que la fisió
  - Més neta que la fisió

Slide 21

3.6. Espectres d'emissió

- Llum emesa per una cavitat: espectre continu
  Llum emesa per una làmpara de gas: espectre discret
  (espectre de línies)

ESPECTRE CONTINU

ESPECTRE DE LÍNIES

- Espectre de l'hidrògen: fòrmula de Rydberg

$$\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right) \qquad (n = m + 1, m + 2, \ldots)$$

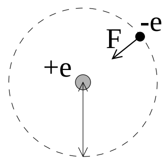
$R_H = 1.097 \cdot 10^7\ m^{-1}$ constant de Rydberg

- Sèries espectrals:
  - m=1: sèrie de Lyman (ultravioleta)
  - m=2: sèrie de Balmer (visible)
  - m=3: sèrie de Paschen (infrarroig)
  - m=4: sèrie de Brackett (infrarroig)
  - m=5: sèrie de Pfund (infrarroig)

Slide 22

3.7. Model de Bohr de l'àtom d'hidrògen

- Electró: òrbita circular al voltant del protó



- Energia de l'electró:

$$E = -\frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r}$$

- Model planetari: inconsistent per partícules carregades
- Hipòtesis de Bohr:
  - Existència d'òrbites estacionàries
  - Quantització del moment angular: $\boxed{L = n\hbar}$
- Energia dels estats estacionaris de l'àtom d'hidrògen:

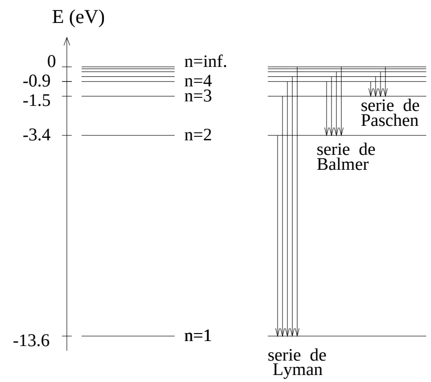
$$E_n = -\frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^2 n^2} \qquad (n = 1, 2, 3, \ldots)$$

- Valor de la constant de Rydberg:

$$R_H = \frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^3 c}$$

Slide 23

- Espectre de l'àtom d'hidrògen:



3.8. Teoria quàntica de l'àtom d'hidrògen

- Equació de Schrödinger per a l'electró a l'àtom d'H:

$$\boxed{-\frac{\hbar^2}{2m_e}\left(\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\psi}{\partial z^2}\right) + U\psi = E\psi}$$

amb $U = -\dfrac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$

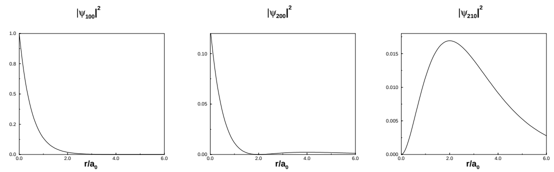
Slide 24

- Funció d'ona de l'electró: $\psi_{nlm}(r, \theta, \phi)$

$$\psi_{100} = \frac{1}{\sqrt{\pi a_0^3}}\, e^{-r/a_0}$$

$$\psi_{200} = \frac{1}{\sqrt{8\pi a_0^3}} \left(1 - r\frac{r}{2a_0}\right) e^{-r/2a_0}$$

$$\psi_{210} = \frac{1}{\sqrt{32\pi a_0^5}}\, r\, e^{-r/2a_0} \cos\theta$$



- Nombres quàntics:

$\boxed{n}$ Nombre quàntic principal

$$E_n = -\frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^2 n^2} \qquad (n = 1, 2, 3, \ldots)$$

$\boxed{\ell}$ Nombre quàntic del moment angular

$$L = \sqrt{\ell(\ell+1)}\hbar \qquad (\ell = 0, 1, 2, \ldots, n-1)$$

$\boxed{m}$ Nombre quàntic de la component L_z

$$L_z = m\hbar \qquad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots, \pm\ell)$$

$\boxed{m_s}$ Nombre quàntic d'espin

$$S_z = m_s\hbar \qquad (m_s = -1/2, 1/2)$$

Slide 25

4. FÍSICA DE L'ESTAT SÒLID

4.1. Estructura cristal.lina.

4.2. Model de Drude.

4.3. Model d'electrons lliures.

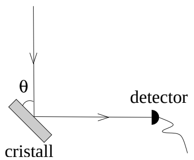
4.4. Bandes d'energia.

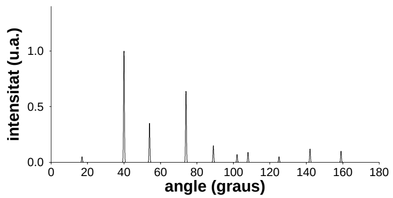
4.5. Superconductivitat.

Slide 26

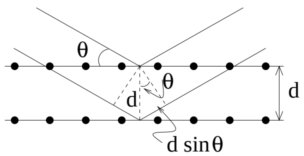
4.1. Estructura cristal.lina

- Difracció d'ones per cristalls





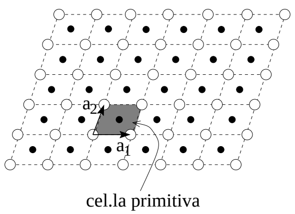
- Llei de Bragg:



$$\boxed{2d \sin\theta = n\lambda}$$

difracció d'ordre n

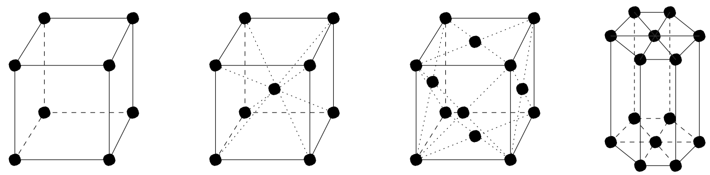
- Xarxa cristal.lina: $\vec{r} = u_1\vec{a}_1 + u_2\vec{a}_2 + u_3\vec{a}_3$



($\vec{a}_1$,$\vec{a}_2$,$\vec{a}_3$): vectors primitius

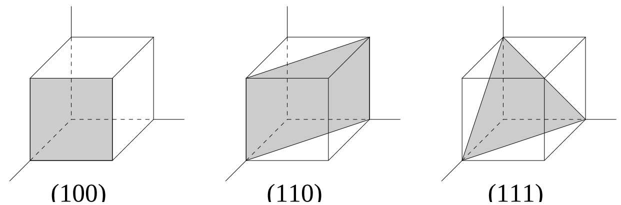
Slide 27

- 14 tipus de xarxes cristal.lines (xarxes de Bravais)

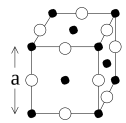


cubica simple (sc) | cubica centrada al cos (bcc) | cubica centrada a les cares (fcc) | hexagonal simple

- Sistema d'indexos pels plànols cristal.lins:



- Estructures cristal.lines típiques:
  - ⋆ Estructura del clorur de sodi:



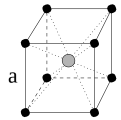
xarxa: fcc amb a=5.63Å

base: Cl^- a (0,0,0), Na^+ a ($\frac{1}{2}$,0,0)

Altres: LiH, MgO, KCl

Slide 28

- Estructures cristal.lines típiques:
  - ⋆ Estructura del clorur de cesi:

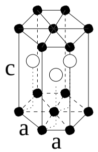


xarxa: bcc amb a=4.11Å

base: Cl^- a (0,0,0), Cs^+ a $(\frac{1}{2},\frac{1}{2},\frac{1}{2})$

Altres: AlNi, TlBr

  - ⋆ Estructura hexagonal compacta (hcp):

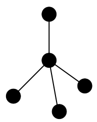


xarxa: hexagonal

base: (0,0,0) i $(\frac{2}{3},\frac{1}{3},\frac{1}{2})$

Cristalls: la majoria de gasos inerts, Mg, Zn, Co

  - ⋆ Estructura del diamant:



xarxa: fcc

base: (0,0,0) i $(\frac{1}{4},\frac{1}{4},\frac{1}{4})$

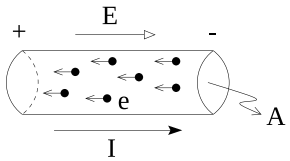
Cristalls: C (a=3.56Å), Si (a=5.43Å), Ge (a=5.65Å)

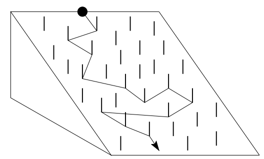
- Excitacions elàstiques als cristalls → $\underset{(10^{12}\text{–}10^{13}\ Hz)}{\underline{\text{phonons}}}$

Slide 29

4.2. Model de Drude

- Conducció elèctrica als sòlids:





- Model de Drude (1900):
  - Els electrons lliures interaccionen amb els ions positius de la xarxa mitjançant col.lisions
  - Entre col.lisions, els electrons es mouen quasi lliurement, sotmesos únicament al camp elèctric

- Llei d'Ohm: $\boxed{\vec{\jmath} = \sigma\vec{E}} \longrightarrow V = IR$

- Conductivitat: $\boxed{\sigma = \dfrac{ne^2\tau}{m}} \equiv \dfrac{1}{\rho} = \dfrac{\ell}{AR}$

  n: densitat de portadors

  τ: temps lliure mitjà dels portadors

  ρ: resistivitat del material

♣ El model porta a la llei d'Ohm

♠ El model no explica l'existència de materials la σ dels quals augmenta amb la temperatura → <u>model quàntic</u>

Slide 30

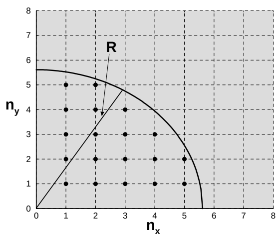
4.3. Model d'electrons lliures

- Electrons menys lligats: partícules en una caixa de potencial tridimensional:

$$\psi_{\mathrm{n_x,n_y,n_z}} = \left(\sqrt{\frac{2}{L}}\right)^3 \sin\left(\frac{n_x \pi x}{L}\right) \sin\left(\frac{n_y \pi y}{L}\right) \sin\left(\frac{n_z \pi z}{L}\right)$$

$$E_{\mathrm{n_x,n_y,n_z}} = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2mL^2}\left(n_x^2 + n_y^2 + n_z^2\right)$$

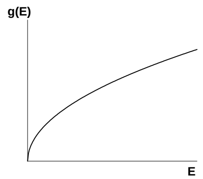
- Nombre d'estats amb energia $\leq E$:



$$N = \frac{L^3 (2m)^{3/2}}{3\pi^2 \hbar^3} E^{3/2}$$

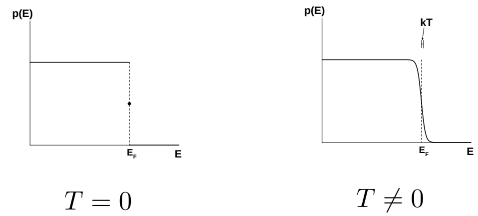
- Densitat d'estats $g(E)$: nombre d'estats per unitat d'energia

$$\boxed{g(E) = \frac{L^3 (2m)^{3/2}}{2\pi^2 \hbar^3} E^{1/2}}$$

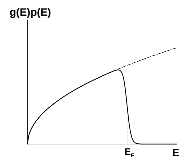


- Funció de distribució de Fermi-Dirac (1926):

$$\boxed{p(E) = \frac{1}{\exp((E - E_F)/kT) + 1}}$$



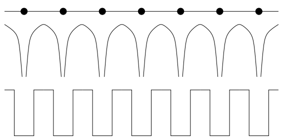
- Energia de Fermi: $E_F = \frac{\hbar^2}{2m}\left(3\pi^2 n_e\right)^{2/3}$
- Origen de la resistència elèctrica: dispersió
  - per imperfeccions (independent de T)
  - per fonons (depenent de T)
- Nombre d'estats <u>ocupats</u> per unitat d'energia:



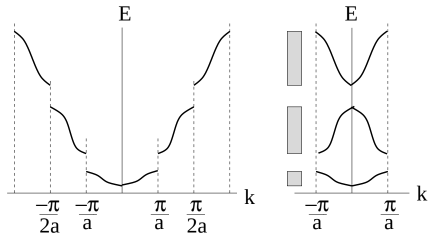
- Electrons que contribueixen a la conducció: $E \sim E_F$

4.4. Bandes d'energia

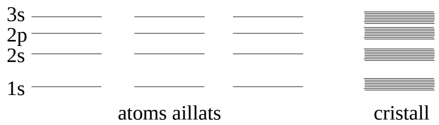
- Model de Kronig-Penney:



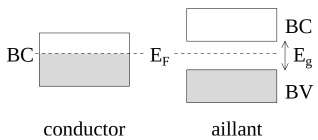
- Espectre electrònic → bandes permeses i prohibides



- Bandes d'energia com a resultat del solapament de funcions d'ona + principi d'exclusió de Pauli



- Conductors i aïllants:



Slide 33

4.5. Superconductivitat

- Superconductors (Kamerlingh Onnes, 1911): per $T < T_c$
  - la seva resistència elèctrica és ∼ nul.la
  - rebutgen els camps magnètics al seu interior (efecte Meissner)
- Temperatures de transició:

Substància	**T_c (K)**	**Substància**	**T_c (K)**
Cu	<0.05	Pb	7.2
Al	1.2	Nb_3Ge	23
In	3.4	$YBa_2Cu_3O_7$	90

- Transició conductor-superconductor: canvi en la estructura electrònica
- Teoria BCS (Bardeen, Cooper y Schrieffer, 1957):
  - Parells de Cooper
    - ∗ Dos electrons lligats per fonons
    - ∗ No experimenten dispersió
  - Estat coherent de llarg abast
- Quantització del flux magnètic en un anell superconductor:

$$\Phi = n\Phi_0, \qquad \Phi_0 = h/2e = 2.1 \cdot 10^{-15}\ Wb$$

- Dispositius SQUID: mesura de camps magnètics febles

Slide 34

5. FÍSICA DELS SEMICONDUCTORS

6.1. Electrons i forats.

6.2. Semiconductors intrínsecs.

6.3. Semiconductors extrínsecs.

6.4. Conducció sota desequilibri estacionari.

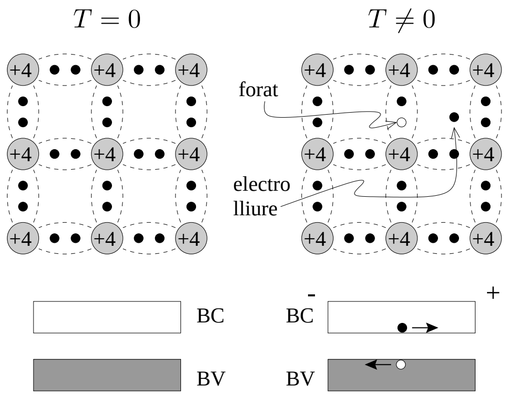
6.5. Efecte Hall.

6.6. Excès de portadors.

Slide 35

6.1. Electrons i forats

- Semiconductors: cristalls amb la BV plena, i $E_g \sim 1\ eV$
- Propietats distintives dels semiconductors:
  - La seva conductivitat augmenta amb la temperatura.
  - Els portadors de càrrega poden ser positius o negatius.
- Electrons i forats:



- Els forats es comporten com partícules de massa efectiva negativa.

Slide 36

6.2. Semiconductors intrínsecs

- Concentració d'electrons a BC: $\boxed{n = N_c\, e^{-(E_c-E_F)/kT}}$

  on $N_c = 2\left(\dfrac{2\pi m_n kT}{h^2}\right)^{3/2}$: densitat efectiva d'estats a BC

- Concentració de forats a BV: $\boxed{p = N_v\, e^{-(E_F-E_v)/kT}}$

  on $N_v = 2\left(\dfrac{2\pi m_p kT}{h^2}\right)^{3/2}$: densitat efectiva d'estats a BV

- Semiconductor pur: $n = p \;\rightarrow\;$ intrínsec
- Posició del nivell de Fermi a un semiconductor intrínsec:

$$E_F = \frac{E_c + E_v}{2} - \frac{3}{4} kT \ln \frac{m_n}{m_p}$$

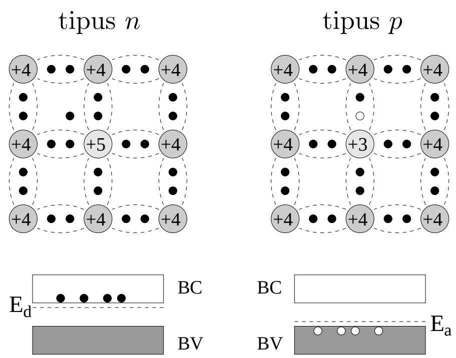
- Llei d'acció de masses: $\boxed{np = n_i^2}$

  essent $n_i = \sqrt{N_c N_v \exp(-E_g/kT)}$

6.3. Semiconductors extrínsecs

- Semiconductor dopat amb impureses → extrínsec
- Tipus d'impureses:
  - Donadores (grup V): P, As, Sb → tipus n
  - Acceptores (grup III): B, Al, Ga → tipus p

Slide 37

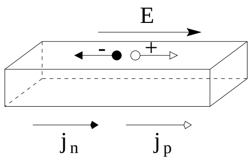


- Portadors majoritaris: electrons (semiconductor tipus n)
  forats (semiconductor tipus p)
- Ecuacions del semiconductor extrínsec:
  - Llei d'acció de masses: $np = n_i^2$
  - Neutralitat elèctrica: $p + N_d = n + N_a$
- Semiconductors de tipus n:
  - Concentració de portadors: $n \approx N_d$, $p \approx n_i^2/N_d$
  - Posició del nivell de Fermi: $E_F = E_c - kT \ln(N_c/N_d)$
- Semiconductors de tipus p:
  - Concentració de portadors: $p \approx N_a$, $n \approx n_i^2/N_a$
  - Posició del nivell de Fermi: $E_F = E_v + kT \ln(N_v/N_a)$
- Altres origens de nivells en el gap: excitons, impureses

Slide 38

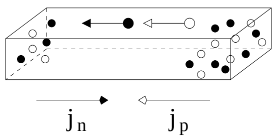
6.4. Conducció sota desequilibri estacionari

- Conducció per arrossegament → mobilitat: $\mu = \frac{q\tau}{m}$



$$\boxed{\sigma = q\,(n\mu_n + p\mu_p)}$$

- Conducció per difusió → coeficient de difusió: D



- Densitat de corrent amb arrossegament i difusió:

$$j_n = qn\mu_n E + qD_n \frac{dn}{dx}$$
$$j_p = qp\mu_p E - qD_p \frac{dp}{dx}$$

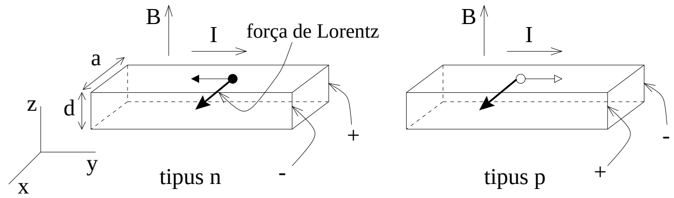
- Relacions d'Einstein:

$$\frac{D_n}{\mu_n} = \frac{D_p}{\mu_p} = \frac{kT}{q}$$

Slide 39

6.5. Efecte Hall

- Efecte Hall: influència d'un camp magnètic sobre el corrent elèctric a un material
- Utilitats: mesura de B, n (p), μ



- Tensió Hall: $\boxed{V_H = \frac{IB}{Mqd}}$
- Tipus de semiconductor:
  - $V_H > 0$ → semiconductor de tipus p
  - $V_H < 0$ → semiconductor de tipus n
- Constant de Hall: $\boxed{R_H = \frac{V_H d}{IB}}$ → $\mu = \sigma R_H$

Slide 40

6.6. Excès de portadors

- Semiconductor en equilibri: $g = r$
  - $g \rightarrow$ generació tèrmica de parells electró-forat
  - $r \rightarrow$ recombinació de parells:
    - directa: de BC a BV directament
    - indirecta: mitjançant centres de recombinació
- Injecció de portadors $\rightarrow$ semiconductor fora d'equilibri
  - generació de parells electró-forat: elèctrica o òptica
  - recombinació de parells: radiativa o no radiativa
- Relaxació temporal de portadors minoritaris:

$$\frac{d\Delta n}{dt} = -Bp\Delta n \quad \longrightarrow \quad \Delta n(t) = \Delta n(0)\, e^{-t/\tau_n}$$

on $\tau_n = 1/Bp$: vida mitja de recombinació

- Relaxació espacial de portadors minoritaris:

$$\frac{d^2\Delta p}{dx^2} - \frac{1}{D_p\tau_p}\Delta p \quad \longrightarrow \quad \Delta p(t) = \Delta p(0)\, e^{-x/L_p}$$

on $L_p = \sqrt{D_p\tau_p}$: longitud de difusió dels portadors

Slide 41