

Problemas de Física I. DINAMICA DEL SOLIDO RIGIDO
(1^{er} Q.: prob. impares, 2^{do} Q.: prob. pares)

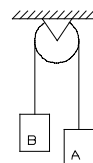
1. Dos partículas de masas m_1 y m_2 están unidas por una varilla de longitud r y masa despreciable. Demostrar que el momento de inercia de este sistema respecto a un eje perpendicular a la varilla y que pasa por el centro de masa del sistema, viene dado por $I=m_{red}r^2$, donde m_{red} es la masa reducida del sistema, definida como $m_{red}=m_1m_2/(m_1+m_2)$.

2. Sea un sistema formado por ocho partículas idénticas de masa m , situadas en los vértices de un cubo de arista a . Calcular el momento de inercia de este sistema respecto a:

- un eje de simetría del cubo que pase por su centro y sea perpendicular a dos caras opuestas.
- un eje que pase por una de las aristas.

Sol:a) $4 m a^2$.
b) $8 m a^2$.

3. Determinar la aceleración de los bloques A y B, la aceleración angular de la polea y las tensiones en cada tramo de la cuerda en los casos siguientes:

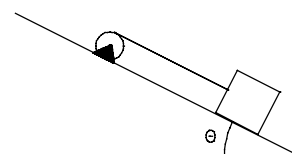


- la superficie de la polea es lisa.
- no hay deslizamiento entre la polea y la cuerda.

Datos: $m_A=10$ Kg, $m_B=4$ Kg. La polea es un disco homogéneo de 10 cm de radio y 2 Kg de masa.

Sol:a) $T=56$ N, $a_A=-4.2$ m/s², $a_B=4.2$ m/s²
b) $T_A=58.8$ N, $T_B=54.88$ N, $a_A=-3.92$ m/s², $a_B=3.92$ m/s², $\alpha=-39.2$ s⁻²

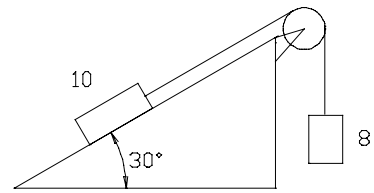
4. En la figura se muestra un bloque de 4.5kg atado a una cuerda enrollada sobre una polea, y el bloque desciende sobre la pendiente. El coeficiente de rozamiento cinético entre el bloque y la pendiente es de 0.3, y además existe rozamiento en el eje de la polea que genera un momento de fuerza de 1.3 N·m actuando sobre la polea. El momento de inercia de la polea respecto de su eje es 0.016 kg·m², el radio de la polea es de 85 mm, y el ángulo de la pendiente es de 0.73 rad.



- Dibujar los diagramas de sólido libre de cada elemento.
- Calcular el módulo de la aceleración del bloque
- Calcular la tensión de la cuerda.

Sol: b) $a=0.637$ m/s²
c) $T=16.704$ N

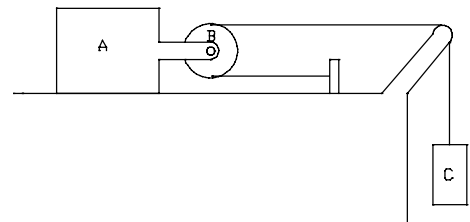
5. Una masa de 10 Kg está sobre un plano inclinado que forma un ángulo $\theta=30^\circ$ con la horizontal. La masa está unida a una cuerda que pasa por una polea maciza cilíndrica de 1 Kg de masa y 10 cm de radio. Colgando en el otro extremo está una masa de 8 Kg. El coeficiente de rozamiento entre el plano y la masa es $\mu=0.2$. Calcular:



- el sentido de movimiento.
- las aceleraciones de las masas.
- las tensiones de la cuerda.
- comparar los resultados cuando el radio de la polea tiende a cero.

Sol: a) la masa de 8 Kg cae.
 b) el módulo de la aceleración común es 0.6717 m/s^2
 c) $T_1=72.69 \text{ N}$; $T_2=73.03 \text{ N}$
 d) $T=72.887 \text{ N}$; aceleración común 0.6904 m/s^2

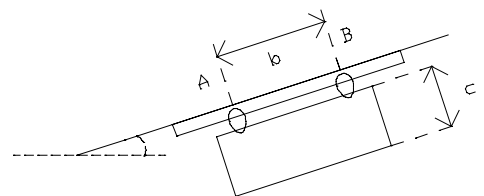
6. Un bloque de 20kg (A), dotado de una polea de 2kg de masa y 10cm de radio (B), se desliza a lo largo de una mesa sin rozamiento. Tal como se muestra en la figura, se halla conectado a otro bloque de 5kg (C) mediante una cuerda de masa despreciable.



- Dibuje el diagrama de sólido libre de cada elemento.
- Determine la aceleración de cada bloque.
- Calcule la fracción de la energía cinética total del sistema que corresponde a la energía cinética de rotación de la polea.

Sol: b) $a_A=2.39 \text{ m/s}^2$, $a_C=4.78 \text{ m/s}^2$
 c) 2.33%

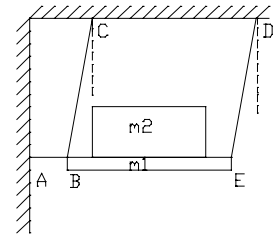
7. Una placa rectangular está suspendida por dos deslizadoras que se mueven a lo largo de una barra inclinada que forma un ángulo θ con la horizontal. Si la placa se suelta sin velocidad inicial, y el coeficiente de rozamiento entre deslizadoras y guía es μ , determinar:



- la aceleración de la placa.
 - reacciones en A y B.
- Datos numéricos: $m=200 \text{ kg}$;
 $\mu=0.2$; $\theta=30^\circ$; $c=3 \text{ m}$; $b=4 \text{ m}$

Sol.: 3.20 m/s^2 ; $N_A=723 \text{ N}$; $N_B=977 \text{ N}$

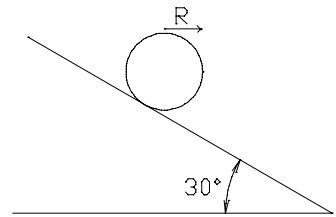
8. Un bloque de masa m_2 se coloca sobre una plataforma de masa m_1 que se mantiene en la posición de la figura adjunta mediante tres hilos AB, BC, ED. Determinar la aceleración del bloque y de la plataforma en el instante de romper el hilo AB si el bloque está rígidamente unido a la plataforma, así como la tensión de los hilos BC y DE.



Datos numéricos: $m_1=4$ kg; $m_2=16$ kg; $\theta=30^\circ$

Sol.: $a=1/2$ g; $T=84.9$ N

9. Una esfera maciza de radio R y masa m rueda sin deslizar sobre un plano inclinado que forma un ángulo $\theta=30^\circ$ con la horizontal.

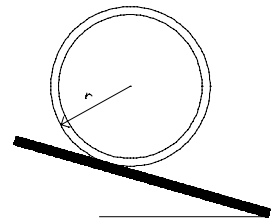


a) Calcular el coeficiente de rozamiento mínimo compatible con la rodadura.

b) Calcular el tiempo que tarda la esfera en caer una altura vertical de $3m$.

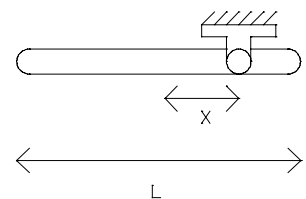
Sol: a) $\mu = \frac{2}{7} \tan(\theta) = 0.165$; b) 1.85 s.

10. Un trozo de tubería de pared delgada de radio r se abandona desde el reposo, en el instante $t=0$. Suponiendo que rueda sin deslizar, determinar a) la velocidad del centro al cabo de un tiempo t , b) el coeficiente de rozamiento necesario para que no se produzca deslizamiento.



Sol. a) $v(t) = \frac{gt}{2} \sin\theta$ b) $\mu = \frac{\tan\theta}{2}$

11. Una varilla uniforme de longitud l puede girar alrededor de su punto C , que se encuentra a una distancia x de su CM. Se abandona a su movimiento desde la posición horizontal en la cual está en reposo. Determinar:



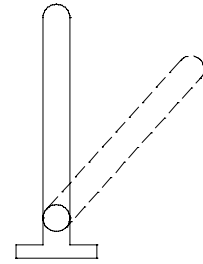
a) Aceleración y velocidad angular en función del ángulo θ que forma la barra con la horizontal.

b) Distancia x para la que es máxima la velocidad angular al pasar por la posición vertical.

Sol: a)

$x = \frac{l}{\sqrt{12}}$. La distancia es el radio de giro.

12. Una varilla de longitud l se sostiene verticalmente articulada por un extremo y se la deja caer con un impulso inicial imperceptible. Determinar la velocidad angular de la barra, la aceleración angular y las reacciones en la articulación en función del ángulo que la barra forma con la horizontal.



Sol: $\alpha = -\frac{3}{2} \frac{g}{l} \cos(\theta) \quad \omega = \sqrt{3 \frac{g}{l} (1 - \sin(\theta))}$

$$R_x = \frac{3}{4} mg \cos(\theta) (3 \sin(\theta) - 2)$$

$$R_y = mg \left(1 - \frac{3}{4} \cos^2(\theta) - \frac{3}{2} \sin(\theta) (1 - \sin(\theta)) \right)$$

13. Dos discos homogéneos A y B del mismo material y el mismo espesor cuyos radios son $r_A=150\text{mm}$ y $r_B=100\text{mm}$, pueden girar libremente alrededor de un eje vertical. El disco B se encuentra en reposo cuando se deja caer sobre el disco A, el cual está girando con una velocidad angular de 400 rpm. Sabiendo que la masa del disco A es de 4kg, calcular:

- a) la velocidad angular final de los discos.
- b) el trabajo realizado por las fuerzas de rozamiento.

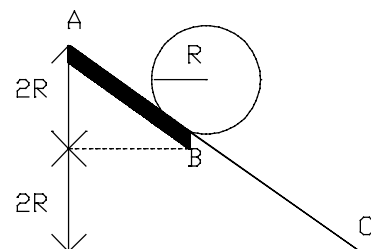
Sol. a) 334 rpm b) -6.51J

14. Un disco gira libremente (sin rozamiento) en un plano horizontal con una velocidad angular constante de 33 rpm. En un cierto instante, una gota de cera de 20 g cae verticalmente y se adhiere al disco a una distancia de 15 cm de su eje, debido a lo cual la velocidad angular del disco se reduce a 30 rpm. Calcular:

- a) el momento de inercia del plato.
- b) el trabajo realizado por las fuerzas de rozamiento.

Sol.: a) 4.5 g m² b) 2.5 mJ

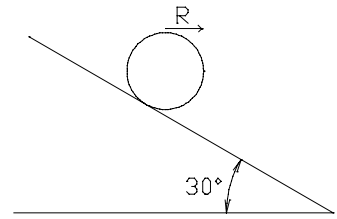
15. Un cilindro homogéneo está en reposo en el punto A y se deja caer por el plano inclinado con rozamiento, donde rueda sin deslizar hasta el punto B. Desde este punto hasta C no hay rozamiento. La diferencia de altura entre A y B, y entre B y C, es la misma y vale $2R$, donde R es el radio del cilindro. Encontrar la velocidad del centro de masas y la velocidad angular del cilindro en los puntos B y C.



Sol.: $v_b = \sqrt{\frac{8gR}{3}} ; \omega_b = \sqrt{\frac{8g}{3R}} ; v_c = \sqrt{\frac{20gR}{3}} ; \omega_c = \omega_b$

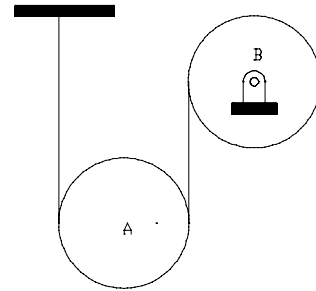
16. Una esfera maciza de radio R y masa m rueda sin deslizar sobre un plano inclinado que forma un ángulo $\theta=30^\circ$ con la horizontal.

- a) Calcular la velocidad del CM después de rodar 4m.
 b) calcular la velocidad del CM después de deslizar 4m suponiendo $\mu=0$.



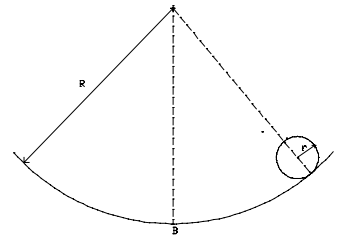
Sol: a) $v_{CM} = 5.2915 \frac{m}{s}$ b) $v_{CM} = 6.261 \frac{m}{s}$

17. Dos discos idénticos de radio $r=0.3m$ cada uno están conectados mediante una cuerda. En el instante mostrado en la figura, la velocidad angular del disco B es de 20rad/s en sentido horario. Calcular cuánto sube el disco A cuando la velocidad angular de B sea de 4 rad/s.



Sol. 1.541m

18. Una esfera de radio r y masa m rueda sin deslizar sobre una superficie cilíndrica de radio R partiendo del reposo en la posición indicada, formando un ángulo Θ_0 con la vertical. Determinar la velocidad lineal cuando pasa por B.



Sol: $v = \sqrt{\frac{10}{7} g (R-r) (1-\cos\theta_0)}$