(1er Q.:prob pares, 2^{ndo} Q.:prob impares) version: 04.10.18

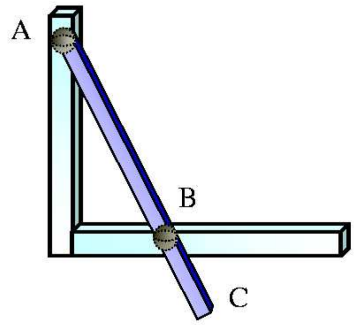
1. En un instante determinado, las velocidades de tres de los puntos de un sólido rígido, de coordenadas $A(0,0,0)$, $B(1,1,0)$, y $C(0,1,1)$ son, respectivamente: $\vec{v}_a = (6,-2,6)$; $\vec{v}_B = (4,0,5)$; $\vec{v}_C = (5,-2,6)$; Comprobar que dicho movimiento es posible y determinar la velocidad angular del sólido rígido en dicho instante.
2. Un sólido rígido se mueve con respecto a un sistema de ejes de referencia. En un instante dado, el punto del sólido de coordenadas (2,3,1) tiene una velocidad $v = (2,1,-1)$. Decir si es posible que el punto del sólido de coordenadas $(5,4,6)$ tenga en ese instante algunas de las velocidades siguientes:

   a) $\vec{v}_a = (1,2,-2)$;

   b) $\vec{v}_B = (1,4,-1)$;

   c) $\vec{v}_C = (2,1,-1)$;

3. La barra ABC, de $600\ \mathrm{mm}$ de longitud, está guiada por ruedas en A y B que se desplazan por las ranuras, como se ilustra en la figura adjunta, siendo B el punto medio de la barra. Sabiendo que en el instante representado, la barra forma un ángulo de 60º con la horizontal y que la velocidad de A es de $0{,}6\,\mathrm{m/s}$ hacia abajo, determinar:



   a) La velocidad angular de la barra.

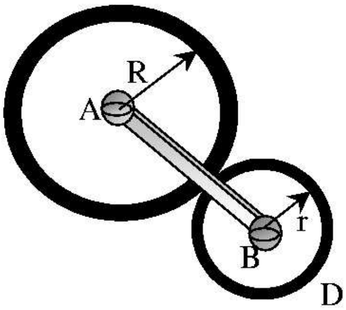
   b) La velocidad del punto C.

4. Una escalera de $250\ \mathrm{cm}$ de longitud está apoyada en una pared vertical y en un suelo plano y horizontal. Si el pie de la escalera es empujado de modo que se desplace horizontalmente con una velocidad constante de $12\ \mathrm{cm/s}$ alejándose de la pared

   a) Calcular la velocidad del otro extremo de la escalera en el instante en que el pie de la misma dista $150\ \mathrm{cm}$ de la pared.

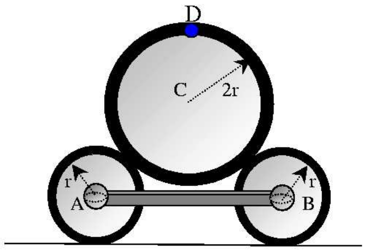
   b) Calcular la velocidad angular de la escalera en el mismo instante.

5. El cilindro grande está articulado en A y gira en el sentido de las manecillas del reloj a una velocidad angular constante de $60\ \mathrm{rpm}$. Sabiendo que al mismo tiempo el brazo AB gira en sentido contrario con velocidad angular constante de $30\ \mathrm{rpm}$ y que no existe deslizamiento entre los cilindros, determinar para $R = 150\ \mathrm{mm}$ y $r = 75\ \mathrm{mm}$:



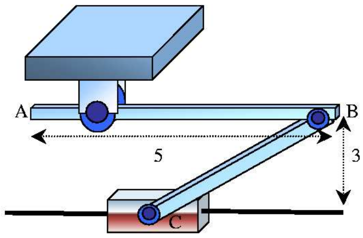
   a) Velocidad angular del cilindro B.
   b) Velocidad del punto D del cilindro B.

6. Dos rodillos A y B de radio r están unidos por un bastidor AB de longitud $4r$, y ruedan sin deslizar sobre una superficie horizontal. Un tambor C de radio $2r$ está situado sobre los rodillos como indica la figura. Si el bastidor se desplaza hacia la derecha a una velocidad constante v, determinar:



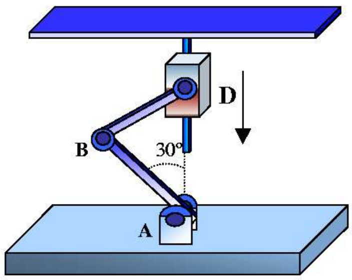
   a) Velocidad angular de los rodillos y del tambor.
   b) Velocidad de los puntos D y E del tambor.

7. La barra AB de $500\ \mathrm{mm}$ de longitud está articulada en A a un punto fijo y en B a otra barra. La barra BC, de $375\ \mathrm{mm}$ de longitud, está articulada en B y sujeta a una deslizadora en C. Sabiendo que en el instante representado, la distancia de B al eje de la deslizadora es de $300\ \mathrm{mm}$ y que la velocidad angular de la manivela AB es de $3\ \mathrm{rad/s}$ en sentido horario, determinar:



   a) Localizar el CIR de las barras AB y BC
   b) La velocidad angular de la barra BC.
   c) La velocidad de la deslizadora C.
   d) La velocidad del punto central de BC.

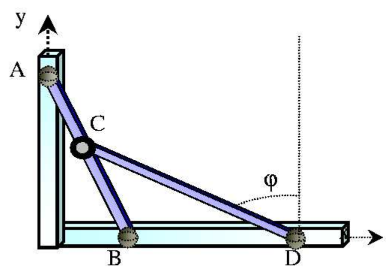
8. En el sistema articulado de la figura el cuerpo D se desplaza hacia abajo guiado por la barra vertical que lo atraviesa. La longitud de la barra AB es de $3{,}00\ \mathrm{m}$ y la de la barra BD es de $2{,}00\ \mathrm{m}$. Cuando la barra AB forma un ángulo de 30,0º con la vertical, la celeridad del cuerpo D es de $2{,}50\ \mathrm{m/s}$. En este mismo instante se pide:



a) Dibujar y calcular la posición del centro instantáneo de rotación (CIR) de la barra AB y de la barra BD. Indicar también (sin hacer el cálculo) el sentido de rotación de cada una de las dos barras con respecto a su CIR señalando la dirección y sentido del vector velocidad angular correspondiente.

b) Calcular, con la precisión que permiten los datos numéricos dados, el vector velocidad del punto B y los vectores velocidad angular de las barras AB y BD.

9. Una barra AB de longitud L tiene su extremo A deslizando sobre una pared lisa y su extremo B deslizando sobre un suelo horizontal. En su centro C está articulada otra barra idéntica CD, cuyo extremo D desliza sobre el mismo suelo horizontal. El extremo A se mueve con velocidad constante v_0 hacia abajo. En el instante en que la barra AB forma un ángulo θ con la vertical:



a) Demuestre que la relación entre θ y φ es de la forma:

$$\cos\varphi = \frac{1}{2}\cos\theta$$

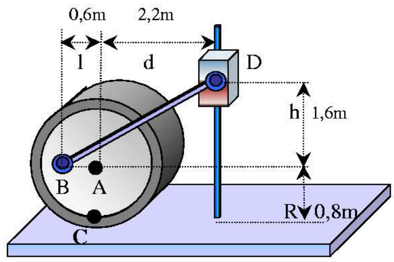
siendo φ el ángulo que forma la barra CD con la vertical.

b) Determine de forma algebraica las velocidades angulares de ambas barras en el instante representado.

c) Determine analítica y gráficamente los Centros Instantáneos de Rotación de ambas barras, dando su posición en el sistema de referencia indicado en el dibujo.

d) Calcule numéricamente los anteriores apartados para $v_0 = 3\ \mathrm{m/s}$; $L = 5\ \mathrm{m}$; $\theta = 20°$.

10. Un cilindro A rueda sin deslizar sobre una superficie horizontal. Una barra BD está unida a la rueda mediante un pasador en B y a una deslizadera en su otro extremo D como muestra la figura. Si en el instante representado la velocidad del centro de la rueda es de $2\ \mathrm{m/s}$ hacia la derecha, calcular:



a) Velocidad angular del cilindro A.

b) Velocidad (vectorial) del punto B.

c) Velocidad del punto D de la deslizadera.

d) Velocidad angular de la barra BD.

Secció de Física Aplicada del Vallès (ETSEIT)
Dpt. de Física i Eng. Nuclear

Problemas de Estática y Dinámica
SOLUCIONES DE CINEMÁTICA DEL SÓLIDO RÍGIDO

1. Sí es posible; $\omega = (0, 1, 2)$

2. a) no
   b) si
   c) si, es una traslación pura.

3. a) 4 rad/s antihorario
   b) $2{,}16 \, \text{m/s}$; 16,1º con la horizontal

4. a) $v = 9 \text{ cm/s}$ hacia abajo
   b) $\omega = 0{,}06 \text{ rad/s}$ antihorario

5. a) $\omega_B = 21{,}99 \, \text{rad/s}$ antihorario
   $v_D = 2{,}36 \text{ m/s}$ perpendicular a la barra

6. a) $\omega_A = \omega_B = v/r$; $\omega_C = v/2r$
   b) $v_D = 0$, $\vec{v}_E = v\vec{i} + v\vec{j}$

7. b) $6{,}67 \text{ rad/s}$
   c) 2 m/s izq.
   d) $1{,}250 \text{ m/s}$, 36,9º con la horizontal

8. b) $\vec{v}_B = (-1,46\vec{i} - 0,845\vec{j}\,)$ m/s
   $\omega_{AB} = 0{,}563 \, \vec{k} \text{ rad/s}$;
   $\omega BD = -1,1 \, \vec{k} \text{ rad/s}$

9. b) $\omega_{AB} = v_0/(L \sin\theta)$ antihorario, $\omega_{CD} = v_0/(L\sin\phi)$ antihorario,
   c) $CIR_{AB} = L(\sin\theta, \cos\theta)$; $CIR_{CD} = L(\sin\phi + \sin(\theta/2), \sin(\phi+\theta)/\sin\theta)$
   d) $\omega_{AB} = 1{,}75 \text{ rad/s}$; $\omega_{CD} = 034 \text{ rad/s}$; $CIR_{AB} = (1{,}71{,}4,7)$ [m]; $CIR_{CD} = (5,27,14,47)$ [m]

10. a) $\omega_A = 2,5 \text{ rad/s}$
    b) $\vec{v}_B = (2\vec{i} + 1,5\vec{j}) \text{ m/s}$
    c) $v_D = 5 \, \text{m/s}$
    d) $\omega_{BD} = 1,25 \text{ rad/s}$;