Problemas de electricidad y magnetismo

J.L. Font

27 de abril de 2005

1. FUERZA Y CAMPO ELÉCTRICOS

1.1 Un triángulo isósceles tiene una base de longitud b=0.5 m y los lados iguales de longitud $\ell = 1{,}5\,\mathrm{m}$. Se sitúa una carga $q_0 = 1{,}5\mu C$ en el vértice superior; una carga $q_1 = -3{,}5\mu\mathrm{C}$ en el vértice izquierdo y una carga $q_2 = -3{,}1\mu\mathrm{C}$ en el vértice derecho. Demostrar que la fuerza neta que actúa sobre q_0 vale 39×10^{-3} N y forma un ángulo de 89,4º con la horizontal.

1.2 Tres cargas puntuales q_1, q_2 y q_3 están alineadas, siendo la posición de q_2 equidistante de q_1 y q_3. Las cargas q_1 y q_2 se mantienen fijas, mientras que q_3, que es positiva, tiene libertad de movimiento, pero de hecho permanece en reposo. Demostrar que la relación entre las cargas es $q_1/q_2 = -4$.

1.3 Dos cargas eléctricas puntuales, la A triple que la otra B, están separadas una distancia de 1 m. Suponiendo que A y B tienen el mismo signo, demostrar que el punto donde el campo eléctrico es nulo está a 0.634 m de A. Suponiendo que A y B tengan signos distintos, demostrar que el punto de campo nulo dista 1.366 m de B.

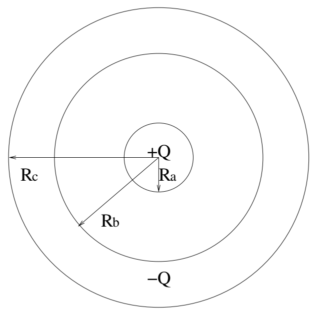
1.4 Un hilo delgado de 30 cm de longitud posee una carga uniforme $\mathrm{Q} = -10{,}5\,\mu\mathrm{C}$ y está doblado en forma de semicircunferencia. Demostrar que el campo eléctrico en el centro vale $6{,}60 \times 10^6$ V/m.

1.5 Una esfera pequeña tiene una carga $q = -1{,}5\mu\mathrm{C}$ y una masa $m = 5\,\mathrm{g}$. Dicha esfera flota en el centro y cerca de una lámina de plástico horizontal muy grande, cargada con una densidad superficial σ constante. Demostrar que $\sigma = -5{,}78 \times 10^{-7}\mathrm{C\,m^{-2}}$.

1.6 Se fabrica un globo con papel de aluminio, que tiene un radio $\mathrm{R} = 15\,\mathrm{cm}$ y se carga con $\mathrm{Q} = 3{,}72\,\mu\mathrm{C}$. Demostrar que el campo eléctrico a 5 cm del centro es nulo, a 15.1 cm del centro vale $1{,}47 \times 10^6$ V/m y que a 30 cm del centro vale 372×10^3 V/m.

1.7 Una esfera sólida aislante de diámetro $\mathrm{D} = 28\,\mathrm{cm}$ tiene una densidad volúmica de carga ρ constante. Si el campo eléctrico E a 7 cm del centro vale $5{,}8 \times 10^4$V/m, demostrar que el campo eléctrico E a 20 cm del centro vale $56{,}84 \times 10^3$V/m.

1.8 La figura adjunta muestra una esfera aislante de radio $\mathrm{R_a}$ concéntrica a un cascarón esférico aislante de radio interior $\mathrm{R_b}$ y radio exterior $\mathrm{R_c}$. Si la esfera tiene una carga total Q uniformemente distribuida en su volumen y el cascarón tiene una carga total -Q uniformemente distribuida en el cascarón, demostrar que $E = K_e\,Q\,r/R_a^3$ para $0 < r < R_a$, que $E = (K_eQ)/r^2$ para $R_a < r < R_b$, que $E = (K_e\,Q)(R_c^3 - r^3)/(r^2(R_c^3 - R_b^3))$ para $R_b < r < R_c$ y que $E = 0$ para $r > R_c$.



1.9 Un hilo largo y recto tiene una densidad lineal de carga $\lambda = 6\mu\mathrm{C/m}$. Demostrar que el campo eléctrico E a una distancia de 5 cm vale $2{,}16 \times 10^6$V/m, a 30 cm vale 360×10^3V/m y a 200 cm vale 54×10^3V/m.

1.10 Dos alambres rectos, largos y paralelos tienen densidades lineales λ_1 y λ_2 respectivamente. Sabiendo que la separación entre ellos es d, demostrar que la fuerza por unidad de longitud que se ejercen el uno sobre el otro vale $\mathrm{F/L} = 2\,K_e\lambda_1\lambda_2/d$.

1.11 Sabiendo que el campo de ruptura dieléctrica del aire seco es de 3×10^6V/m, demostrar que la carga máxima que puede situarse sobre un conductor esférico de radio $\mathrm{R} = 16\,\mathrm{cm}$ es de $\pm 8{,}53\mu\mathrm{C}$ y que el potencial en la superficie vale $\pm 480\,\mathrm{kV}$.

1.12 Una esfera uniformemente cargada tiene un potencial de 450 V en su superficie. Sabiendo que a 20 cm de la superficie el potencial es de 150 V, demostrar que su radio R vale 0.1 m y la carga $\mathrm{Q} = 5\,\mathrm{nC}$.

1.13 Una carga q está en x=0 y otra carga -3q está en x=ℓ. Demostrar que:

$$V(x) = K_e\, q\,\frac{(\ell - 2x)}{x(\ell + x)} \text{ para } x < 0, \quad V(x) = K_e\, q\,\frac{\ell - 4x}{x(\ell - x)} \text{ para } 0 < x < \ell, \quad V(x) = -K_e\, q\,\frac{(\ell + 2x)}{x(x - \ell)} \text{ para } x > \ell$$

Demostrar asimismo que el potencial es nulo para $x = -\ell/2$ y para $x = \ell/4$ y que el campo eléctrico en dichos puntos vale $-8K_e q/(3\ell^2)$ y $64K_e q/(3\ell^2)$.

1.14 [1] Una carga de 2 nC está uniformemente distribuida sobre un anillo de 10 cm de radio que tiene su centro en el origen y su eje a lo largo del eje x. Calcular el campo en el centro del anillo y en x=50 cm. Se coloca una carga puntual de 1 nC en x=50 cm. Calcular el trabajo necesario para desplazar la carga puntual al origen de coordenadas. Resp. E(x=0)=0; E(x=0.5)=67.88 V/m; W = $144{,}7 \times 10^{-9}$

1.15 [2] Tres cortezas esféricas conductoras y concéntricas tienen radios R_a, R_b y R_c siendo $R_a < R_b < R_c$. Inicialmente, la corteza interna está descargada, la intermedia posee una carga positiva Q y la exterior una carga negativa $-Q$. Se pide:

- ¿En qué regiones del espacio hay campo eléctrico?. Resp: En la región comprendida entre R_b y R_c.
- Calcular el potencial de cada corteza suponiendo que $V_\infty = 0$. Resp: $V_c = 0$, $V_b = V_a = K_e\, Q\,(1/R_b - 1/R_c)$.
- Si las cortezas interna y externa se conectan mediante un hilo conductor que está aislado de la corteza intermedia, calcular los nuevos potenciales de las cortezas y la carga que ha circulado por el hilo.Resp: $V'_a = V'_c = 0$, $V'_b = K_e\, q\,(1/R_b - 1/R_a)$, siendo $q = Q(R_a(R_c - R_b))/(R_b(R_a - R_c))$

2. CAPACIDAD Y ENERGÍA

2.1 Dos esferas metálicas de radios $R_1 = 6$ cm y $R_2 = 9$ cm, se cargan con $Q = 1\,\mu$C cada una. Demostrar que el potencial de la esfera pequeña es de 150 kV y el de la grande de 100 kV. Luego se unen con un hilo conductor de capacidad despreciable. Demostrar que el potencial común es de 120 kV y que por el hilo circuló una carga $q = 0{,}2\,\mu$C.

2.2 Se construye un condensador de placas paralelas colocando polietileno ($\epsilon_r = 2{,}30$) entre dos hojas de aluminio de 400 cm^2 cada una y separadas 0,300 mm. Demostrar que su capacidad vale 2,71 nF.

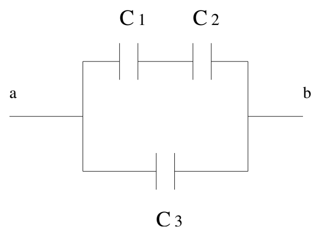
2.3 Se desea construir un condensador de 0,1 μF y con voltaje máximo de 2 kV. Se usa material con $\epsilon_r = 24$ y ruptura dieléctrica de 4×10^7 V/m. Demostrar que la separación entre placas vale 0.05 mm y que la superficie de las placas debe ser de 235 cm^2.

2.4 Un conductor esférico de radio R = 10 cm se mantiene a un potencial de 2 kV. Demostrar que la energía almacenada vale $2{,}25 \times 10^{-5}$ J.

2.5 Un cable coaxial tiene un radio interior de 0.8 mm y un radio exterior de 6.0 mm y en su interior hay aire. Sabiendo que su longitud es de 800 km, demostrar que su capacidad es de 22.1 μF.

2.6 Un condensador de placas paralelas tiene una superficie de 1.0 m^2 y la separación entre ellas es de 0.5 cm. Se introduce vidrio ($\epsilon_r = 5$) de igual área y espesor. Se carga el condensador a 12.0 V y luego se separa de la fuente de carga. Demostrar que el trabajo para sacar la lámina de vidrio es 2,55 μJ.

2.7 Los condensadores $C_1 = 4{,}00\,\mu$F y $C_2 = 6{,}00\,\mu$F se colocan en serie. El conjunto se combina en paralelo con un condensador $C_3 = 5{,}00\,\mu$F y se aplica al conjunto una diferencia de potencial de 65 V. Demostrar que la capacidad equivalente $C_{eq} = 7{,}40\,\mu$F, que las diferencias de potencial son $V_1 = 39{,}0$ V, $V_2 = 26{,}0$ V y $V_3 = 65{,}0$ V y que las cargas respectivas valen $Q_1 = 156\,\mu$C, $Q_2 = 156\,\mu$C y $Q_3 = 325\,\mu$C.



2.8 [3] Un condensador de 20 pF se carga hasta 3000 V y se desconecta de la batería. A continuación, se conecta en paralelo con un condensador descargado de 50 pF.

- ¿Cuánto vale la diferencia de potencial del conjunto de los dos condensadores después de unirlos?. Resp: 857 V
- ¿Qué carga adquiere cada uno de los condensadores?. Resp: $42{,}86 \times 10^{-9}$ C y $17{,}14 \times 10^{-9}$ C
- Calcular la energía inicial almacenada en el condensador de 20 pF y la energía final almacenada en los dos condensadores. ¿Se ha ganado o se ha perdido energía? Comente detalladamente la respuesta. Resp: $Ep_i = 90 \times 10^{-6}$ J, $Ep_f = 25{,}71 \times 10^{-6}$ J

[1] 1ª Ev. 31-oct-2001
[2] 1ª Ev. 20-abr-2004
[3] 1ª Ev. 31-oct-2002

2.9 [4] Un condensador de placas paralelas tiene unas placas de $600\,\text{cm}^2$ de área y una separación de 4 mm. Se carga hasta 100 V y luego se desconecta de la batería. Se pide:

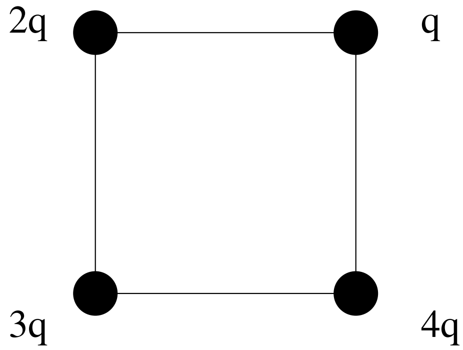
- Hallar el campo eléctrico E_{aire}, la densidad superficial de carga libre σ_f y la energía potencial electrostática E_p. Resp: $E = 25 \times 10^3\,\text{V/m}$, $\sigma_f = 2{,}21 \times 10^{-7}\,\text{C/m}^2$, $\text{E}_\text{p} = 663 \times 10^{-9}\,\text{J}$.
- Se inserta en su interior un dieléctrico de permitividad relativa $\epsilon_r = 4$ que rellena por completo el espacio situado entre las placas. Calcular el nuevo campo eléctrico E_{die}. Resp: $\text{E}_{\text{die}} = 6{,}25 \times 10^3\,\text{V/m}$.
- Calcular la nueva diferencia de potencial. Resp: $\text{V}_{\text{die}} = 25\,\text{V}$.
- Calcular la densidad superficial de carga ligada σ_b. Resp: $\sigma_b = 165{,}75 \times 10^{-9}\,\text{C/m}^2$.

2.10 [5] Una esfera conductora de radio $R = 76\ mm$ se conecta a un potencial de 530 V (considerando que $V_\infty = 0$).

- Calcular la carga y la densidad superficial de carga. Resp: $Q = 4{,}475 \times 10^{-9}$ C; $\sigma = 61{,}66 \times 10^{-9}$ C/m^2
- Calcular el campo eléctrico justamente fuera de su superficie. Resp: $E = 6{,}97 \times 10^3$ V/m
- Calcular la capacidad y la energía almacenada. Resp: C $= 8{,}44 \times 10^{-12}$ F; Ep $= 1{,}186 \times 10^{-6}$ J

2.11 [a] Cuatro cargas puntuales estás situadas en los vértices de un cuadrado de lado ℓ, como se muestra en la figura adjunta.

- Calcule el módulo y la dirección del campo eléctrico en la posición de la carga q. Resp: $E = (5{,}914)(K_e\,q)/\ell^2$, $\theta = 58{,}8^\text{o}$.
- Calcule la energía potencial de esta distribución de carga. (*Tome origen de potenciales en el infinito i.e.* $V_\infty = 0$). Resp: $(31{,}778)(K_e\,q^2)/\ell$



[a] 1ª Ev. 9-nov-2004

2.12 [6] Un condensador de placas paralelas tiene una capacidad de 50 nF cuando está en el vacío, siendo la separación entre placas de 10 mm. Se conecta a una fuente de tensión de 50 V. Sin desconectarlo de la fuente de tensión, se llena el espacio entre sus armaduras con un dieléctrico de permitividad relativa $\epsilon_r = 3$. Calcular:

- La carga de las armaduras antes y después de insertar el dieléctrico. Resp: $Q = 2{,}5 \times 10^{-6}$ [C], $Q' = 7{,}5 \times 10^{-6}$ [C]
- La densidad superficial de carga libre antes y después de insertar el dieléctrico. Resp: $\sigma_f = 4{,}42 \times 10^{-8}$ [C/m^2], $\sigma'_f = 1{,}33 \times 10^{-7}$ [C/m^2]
- La densidad superficial de carga ligada después de insertar el dieléctrico. Resp: $\sigma'_b = 8{,}87 \times 10^{-8}$ [C/m^2]
- La energía del condensador con y sin dieléctrico. Explique el origen de la diferencia de energía. Resp: $E_P = 6{,}25 \times 10^{-5}$ [J], $E'_P = 1{,}875 \times 10^{-4}$ [J]

3. CAMPO MAGNÉTICO

3.1 Un alambre de 0,06 kg/m se mantiene en equilibrio en un campo magnético de 440 mT perpendicular al alambre. Demostrar que la corriente que lo atraviesa vale 1,34 A.

3.2 Un selector de velocidades utiliza un campo eléctrico de $5{,}93 \times 10^5$ V/m. Se pide que protones de 20 keV no se desvíen. Si la masa de un protón vale $1{,}67 \times 10^{-27}$ kg, demostrar que el campo magnético vale 0,3 T.

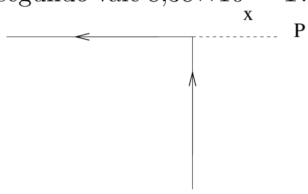
3.3 Por una espira triangular de lados 50, 120 y 130 cm circula una corriente de 4 A y está en un campo magnético uniforme de 75,0 mT cuya dirección es paralela al plano de la espira. Demostrar que el momento magnético de la espira vale $1{,}2\,\text{A} \cdot \text{m}^2$ y que el momento del par vale $0{,}09\,\text{N} \cdot \text{m}$.

3.4 Se coloca una placa de cobre de 15 mm de espesor en un campo magnético de valor desconocido. Si se hace pasar una corriente de 20 A por la placa perpendicularmente al campo magnético, se produce una diferencia de potencial debida al efecto Hall de $0{,}33\,\mu$V. Sabiendo que la densidad de electrones libres en el cobre es de $8{,}48 \times 10^{28}\text{m}^{-3}$, demostrar que el campo magnético vale 3,36 T.

[4] 1ª Ev. 20-abr-2004
[5] 1ª Ev. 31-oct-2002
[6] 1ª Ev. 9-nov-2004

3.5 Dos hilos rectos muy largos y paralelos conducen sendas corrientes de 5 A y 12 A, siendo su separación de 5 m. Demostrar que el campo magnético en un punto P situado a 4 m del primero y a 3 m del segundo vale $8{,}38\times10^{-7}$ T.

3.6 Un alambre infinitamente largo y recto se dobla para formar un ángulo de 90°, como se muestra en la figura. Si el alambre lleva una corriente I, demostrar que la magnitud del campo magnético en el punto P vale $B = (K_m I)/x$.



3.7 Una espira rectangular tiene 10 cm de base y 4 cm de altura. Cuando la corriente que circula vale 10 A, demostrar que el campo magnético en el centro vale $215\,\mu$T.

3.8 Una espira semicircular tiene 20 cm de radio y circula una intensidad de 13 A. Demostrar que el campo magnético en el centro vale $2{,}04\times10^{-5}$T

4. INDUCCIÓN

4.1 Un solenoide de 2,5 cm de diámetro y 30 cm de longitud tiene 300 vueltas y lleva una intensidad de corriente de 12 A. Demuestre que el flujo a través de la superficie de una espira circular de 5 cm de radio que está colocada de forma perpendicular y centrada al eje del solenoide es de $7{,}4\,\mu$ Wb.

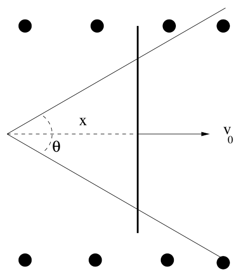
4.2 Se coloca una espira plana en un campo magnético uniforme cuya dirección es perpendicular al plano de la espira. Si el área de la espira aumenta a razón de $0{,}04\,\mathrm{m^2/s}$, entonces se induce una f.e.m. de 0,16 V. Demostrar que la magnitud del campo magnético es de 4 T.

4.3 Una bobina circular tiene un diámetro de 16,7 cm y 24 vueltas. El campo magnético es perpendicular al plano de las espiras. Si el campo aumenta linealmente de $2\,\mu$ T a $8\,\mu$ T en un tiempo de 0,6 s, demostrar que la f.e.m. inducida es de $5{,}26\,\mu$ V.

4.4 Un campo magnético uniforme y constante de 0,5 T pasa a través de una bobina plana circular de alambre de 16 vueltas, siendo la superficie de cada espira de $4{,}8\,\mathrm{cm^2}$. Si la bobina gira sobre un eje que pasa por su diámetro con una velocidad angular $\omega = 60\,\pi$ rad/s, demuestre que la f.e.m. inducida es sinusoidal cuyo valor máximo es de 0,72 V.

4.5 Una bobina de N vueltas y superficie S está situada en el interior de un solenoide recto y muy largo, estando la bobina alineada coaxialmente con el solenoide.. El solenoide tiene n vueltas por unidad de longitud y por él circula una corriente variable en el tiempo de acuerdo con la expresión: $I = I_0\,(1 - e^{-\alpha\, t})$. Demuestre que la f.e.m. inducida se expresa mediante: $\mathcal{E}(t) = -\mu_0\, N\, S\, n\, I_0\, \alpha\, e^{-\alpha t}$. Suponiendo que $N = 76$, $S = 12{,}2\times10^{-4}\,\mathrm{m^2}$, $n = 1200\,\mathrm{m^{-1}}$, $I_0 = 30$ A y $\alpha = 9{,}8\,\mathrm{s^{-1}}$, verifique que $\mathcal{E}(t) = -41{,}11\, e^{-9{,}8\, t}$ mV.

4.6 Dos rieles conductores forman un ángulo θ. Una barra conductora, en contacto con los rieles y formando un trángulo isósceles con ellos, empieza a moverse desde el vértice en el instante inicial. La velocidad de la barra es v_0 constante y hacia la derecha, como se muestra en la figura adjunta. Un campo magnético uniforme y constante apunta hacia afuera del dibujo. Demostrar que la f.e.m. inducida vale $\mathcal{E}(t) = -2\, B\, v_0^2 \tan\left(\frac{\theta}{2}\right)\, t$.



4.7 En cierta región de la Tierra, el campo magnético de la Tierra tiene una magnitud de $54\,\mu$T y apunta hacia abajo formando un ángulo de 60° con la vertical. Un planeador de aluminio con una longitud de 12 m de punta a punta de las alas pasa por esa región a una velocidad de 50 m/s. Demostrar que la diferencia de potencial entre los extremos de las alas vale 16,2 mV.

4.8 Un helicóptero tiene unas aspas con una longitud $\ell = 3{,}00$ m y giran a dos vueltas por segundo. Si la componente vertical del campo magnético de la Tierra es de $50\,\mu$T, demostrar que la f.e.m. inducida entre el extremo del aspa y el centro del rotor es de 2,83 mV.

5. ONDAS ELECTROMAGNÉTICAS Y ÓPTICA

5.1 Demostrar que las ondas electromagnéticas descritas por las siguientes ecuaciones tienen los estados de polarización correspondientes:

5.1.1 $E_y = E_0 \cos(kx - \omega t)$; $E_z = E_0 \sin(kx - \omega t)$ Polarización circular dextrógira.

5.1.2 $E_y = E_0 \cos(kx - \omega t)$; $E_z = -E_0 \cos(kx - \omega t)$ Polarización lineal.

5.2 La radiación electromagnética procedente del Sol tiene una intensidad de $1{,}4 \cdot 10^3$ W/m^2. Suponiendo que se trata de una onda plana, demostrar que los módulos de las amplitudes de los campos eléctrico y magnético de la onda valen, respectivamente, $\mathrm{E}_0 = 1{,}03 \cdot 10^3$ V/m y $\mathrm{B}_0 = 3{,}42 \cdot 10^{-6}$ T.

5.3 Una bombilla de 100 W convierte un 5 % de su potencia en radiación visible. Suponiendo que emite igual en todas las direcciones y que no hay reflexiones, demostrar que la intensidad eficaz a 1 metro vale 0,4 W/m^2 y que a 10 metros vale $4 \cdot 10^{-3}$ W/m^2.

5.4 Considerar un gran número de tubos fluorescentes alineados uno tras otro. Cada tubo tiene 1.22 m de longitud y consume 40 W, pero sólo emite el 20 % de su potencia en el espectro visible. Demostrar que la intensidad eficaz una distancia de 1 metro perpendicular a los tubos vale 1 W/m^2 y que a 10 metros vale 0,1 W/m^2.

5.5 Un rayo de luz incide perpendicularmente desde el aire hacia el agua, de índice de refracción 1.33. Demostrar que la intensidad reflejada es el 2 % de la intensidad incidente. Si fuera vidrio (n=1.50), entonces la intensidad reflejada sería el 4 % de la incidente.

5.6 Cuando un rayo de luz incide desde el aire sobre una substancia con un ángulo de incidencia de 60 º, la luz reflejada está completamente polarizada. Demostrar que el ángulo de refracción vale 30 º, y que el índice de refracción vale 1.732.

5.7 La luz incide normalmente sobre una lámina de vidrio de índice de refracción 1.50. Se produce reflexión sobre ambas caras. Demostrar que la intensidad transmitida es el 92 % de la incidente. *Indicación: Suponer que la incidencia es CASI normal y dibujar varios rayos que salen por la cara opuesta.*

5.8 Una persona de 1.62 m de altura desea ver su imagen completa en un espejo plano. Suponiendo que la parte superior de su cabeza está a 15 cm por encima del nivel de los ojos, demostrar que la altura mínima del espejo es de 0.81 m y que su borde inferior ha de colocarse a 0.735 m por encima del suelo.

5.9 Un foco luminoso está situado a 5 m por debajo de la superficie de una piscina. Demostrar que el área de la mayor circunferencia en la superficie de la piscina a través de cuyo círculo no pueda verse el foco luminoso es de 102.1 m^2.

5.10 Un rayo de luz incide desde el aire sobre una substancia transparente con un ángulo de 58.0 º respecto de la normal. Se observa que los rayos reflejado y refractado son mutuamente perpendiculares. Demostrar que el índice de refracción de la substancia vale 1.6 y que su ángulo límite o crítico vale 38.7º.

5.11 Un dentista desea un espejo que produzca una imagen derecha con un aumento de 5.5 cuando está situado a 2.1 cm de un diente. Demostrar que el espejo ha de ser cóncavo y de 5.13 cm de radio.

5.12 Un espejo esférico convexo, que actúa como retrovisor de un coche parado, proporciona una imagen virtual de un vehículo que se aproxima con velocidad constante. El tamaño de dicha imagen es igual a 1/10 del tamaño real del vehículo cuando éste se encuentra a 8.0 m del espejo. Demostrar que el radio de curvatura del espejo es de 1.78 m y que la imagen virtual se forma a 0.80 m del espejo.

5.13 Un objeto situado a 8 cm de un espejo esférico cóncavo produce una imagen virtual situada a 10 cm por detrás del espejo. Si el objeto se coloca a 25 cm del espejo, demostrar que la imagen es virtual y está situada a 66.7 cm por detrás del espejo, y que el aumento lateral vale 2.67.

5.14 Se coloca un objeto a 2.4 m de una pantalla y se sitúa una lente entre ambos, de modo que se forma sobre la pantalla una imagen real nítida del objeto. Cuando la lente se acerca 1.2 m a la pantalla, se forma sobre ésta otra imagen del objeto (de distinto tamaño que la anterior). Demostrar que la distancia focal de la lente es de 45 cm.

5.15 Un objeto está situado a 12 cm a la izquierda de una lente de 10 cm de distancia focal. A la derecha de ésta y a 20 cm se coloca una segunda lente de 12.5 cm de distancia focal. Demostrar que la imagen final se encuentra a 9.52 cm a la derecha de la segunda lente y que el aumento lateral del sistema es de $-1{,}19$.