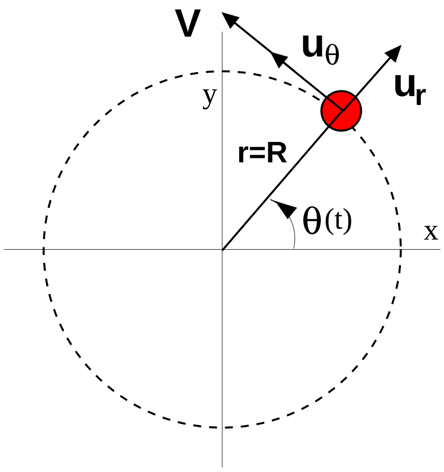
Movimiento circular

OBJETIVOS

- Obtener las ecuaciones del movimiento de una partícula que realiza un movimiento circular en coordenadas polares planas (cpp).
- Analizar algunos casos particulares de movimiento circular; MCU y MCUA.

DESARROLLO

- Una partícula realiza un movimiento circular cuando la trayectoria que recorre es una circunferencia.
- Para describir este movimiento es mucho mas útil utilizar el sistema de cpp: r y θ.
- Para el movimiento circular tendremos $r = R = cte$ y sólo tendremos que encontrar $\theta(t)$.



La velocidad y aceleración en el sistema de cpp vienen dadas por:

$$\begin{aligned} \vec{v} &= \dot{r}\,\vec{u}_r + r\,\dot{\theta}\,\vec{u}_\theta \\ \vec{a} &= (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\,\vec{u}_r + (2\,\dot{r}\,\dot{\theta} + r\,\ddot{\theta})\,\vec{u}_\theta 2 \end{aligned}$$

En el caso del movimiento circular como $r = R = cte$ tendremos que $\dot{r} = \ddot{r} = 0$ y nos queda:

$$\begin{aligned} \vec{v} &= R\,\omega\,\vec{u}_\theta \\ \vec{a} &= -R\,\omega^2\,\vec{u}_r + R\,\alpha\,\vec{u}_\theta \end{aligned}$$

donde hemos definido la velocidad angular como $\dot{\theta} = \omega$ y la aceleración angular como $\ddot{\theta} = \dot{\omega} = \alpha$

Podemos identificar en estas ecuaciones el módulo de la velocidad y las componentes normal y tangencial de la aceleración:

$$v = R\,\omega \qquad a_N = R\,\omega^2 \qquad a_T = R\,\alpha$$

Para obtener las ecuaciones del movimiento en la coordenada θ disponemos pues de las ecuaciones:

$$\theta \qquad\qquad \omega = \frac{d\theta}{dt} \qquad\qquad \alpha = \frac{d\omega}{dt}$$

o también integrando:

$$\alpha \qquad\qquad \omega = \int \alpha \; dt \qquad\qquad \theta = \int \omega \; dt$$

Estas ecuaciones son análogas a las del movimiento rectilíneo (mov en una dimensión) y obtendremos por lo tanto de ellas ecuaciones similares:

Movimiento circular uniforme (MCU)

En este movimiento $\alpha = 0$ y $\omega = cte$. Integrando tenemos:

$$\begin{aligned} \alpha &= 0 \\ \omega &= cte \\ \theta &= \int \omega \; dt = \omega \; t + \theta_0 \end{aligned}$$

Movimiento circular uniformemente acelerado (MCUA)

En este movimiento $\alpha = cte$ y obtenemos integrando:

$$\begin{aligned} \alpha &= cte \\ \omega &= \int \alpha \; dt = \alpha \; t + \omega_0 \\ \theta &= \int \omega \; dt = \frac{\alpha}{2} \; t^2 + \omega \; t + \theta_0 \end{aligned}$$

Movimiento circular con α no constante

Deberemos conocer como varía α en función del tiempo o de ω y resolver en cada caso la integral.