



# Movimiento interdependiente

## Objetivo

Estudiar el movimiento interdependiente generado en un sistema de dos partículas unidas mediante una cuerda y un conjunto de poleas. Verificar que se cumplen las leyes Newton.

## Material

Panel vertical con dos poleas y soporte para un dinamómetro, polea móvil, dinamómetro de 1N, cuerda, 2 juegos de pesas, regla, soporte con disparador electromagnético y cronómetro detector de paso (puerta fotoeléctrica).

## Fundamento teórico

Llamamos **movimiento interdependiente** o ligado a aquel movimiento de una partícula que está limitado o restringido por algún tipo de impedimento físico que denominamos **ligadura**. Un ejemplo de movimiento interdependiente es el que presentan dos o más partículas forzadas a moverse conjuntamente mediante un sistema formado por una cuerda y un conjunto de poleas (figura 1).

En la resolución de estas situaciones, en general, no es suficiente con aplicar la segunda ley de Newton a cada partícula. Será necesario encontrar una relación cinemática entre las aceleraciones de las partículas que exprese la limitación del movimiento impuesta por la ligadura. Esta relación recibe el nombre de **condición de ligadura**.

En el caso de un sistema de varias partículas unidas mediante una cuerda inextensible y un conjunto de poleas, la condición de ligadura se obtiene estableciendo que la longitud de la cuerda debe ser constante. El procedimiento se basa en relacionar la longitud de la cuerda con la posición de cada partícula. Dado que esta longitud debe ser constante, al derivar dos veces respecto del tiempo obtendremos una relación de las aceleraciones igualada a cero.

Por ejemplo, para el sistema representado en la figura 1 que es equivalente al sistema que resolverás en esta práctica, tomando positivo hacia abajo tendríamos:

$$L = (x_1 - d_1) + \pi R + (x_2 - d_1 - d_2) + \pi R + (x_2 - d_2) \quad (1)$$

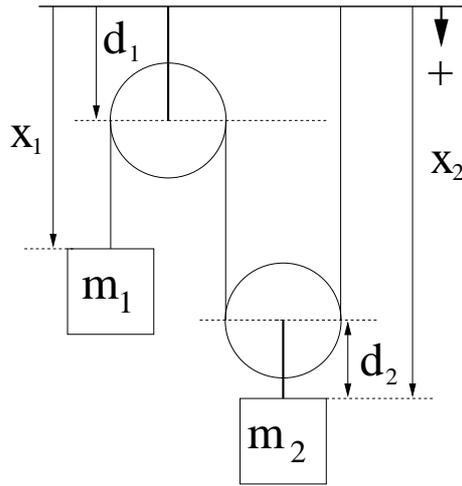


Figura 1: Sistema con movimiento interdependiente

lo que al derivar dos veces respecto de  $t$  nos da la relación:

$$0 = a_1 + 2a_2 \quad (2)$$

Se puede resolver  $a_1$ ,  $a_2$  y la tensión de la cuerda  $T$  a partir de la ecuación (2) y la segunda ley de Newton aplicada a cada partícula. En este caso hay que tener en cuenta que, aunque en el dispositivo experimental se ha intentado reducir al máximo los rozamientos utilizando poleas de alta calidad con rodamiento en el eje, existe aún una pequeña fuerza de rozamiento que se opone a la caída de la partícula  $m_1$ . Debemos incluir esta fuerza de rozamiento en la suma de fuerzas sobre  $m_1$  por lo que el sistema de ecuaciones queda:

$$\text{partícula 1} \rightarrow m_1 g - T - F_r = m_1 a_1 \quad (3)$$

$$\text{partícula 2} \rightarrow m_2 g - 2T = m_2 a_2 \quad (4)$$

La resolución de este sistema de ecuaciones nos permite determinar la tensión  $T$  en la cuerda así como la aceleración  $a_1$ , que vienen dadas por:

$$T = m_1(g - a_1) - F_r \quad (5)$$

$$a_1 = \frac{g(2m_1 - m_2) - 2F_r}{2m_1 + m_2/2} \quad (6)$$

Como indica la ecuación (6), la aceleración del sistema es constante para unos valores de  $m_1$  y  $m_2$  dados, por lo que el movimiento de la masa  $m_1$  vendrá descrito por las ecuaciones del MRUA:

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{a_1 t^2}{2} \quad (7)$$

$$v = v_0 + a_1 t \quad (8)$$

## Método experimental

Para el estudio del movimiento interdependiente disponemos de un panel como el que muestra la figura 2. La fuerza de rozamiento que generan las poleas en este panel (ecuación (3)) se ha estimado en  $F_r=0.07\text{N}$  y se tendrá en cuenta al realizar los cálculos.

Monta el panel mostrado en la figura utilizando unas masas  $m_1=100\text{g}$  y  $m_2=100\text{g} + m_p$ , donde  $m_p$  es la masa de la polea móvil.

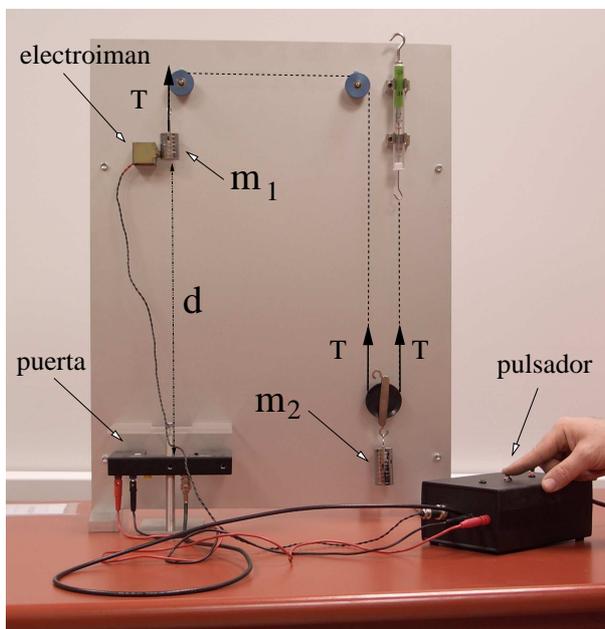


Figura 2: Panel para el estudio del movimiento interdependiente

Sitúa el disparador magnético en la posición más alta posible de la masa  $m_1$  y mide con la regla graduada la distancia  $d$  que recorrerá esta masa desde la posición inicial hasta que atraviese el detector fotoeléctrico de la puerta.

Fija a continuación la masa  $m_1$  en la posición inicial apretando el pulsador del disparador que activa el electroimán (ver figura 2). La masa permanecerá en esta posición hasta que se deje de presionar el pulsador, momento en el que se iniciará el movimiento y empezará a contar el tiempo hasta que la masa atraviese la puerta fotoeléctrica. Es necesario inicializar el contador de la puerta (botón 'reset') en cada medida, justo antes de soltar el botón del disparador (consulta con tu profesor la configuración correcta de la puerta si experimentas algún problema).

Mide en el dinamómetro el valor (aproximado) de la tensión de la cuerda mientras baja la masa  $m_1$  y el tiempo que tarda en recorrer la distancia  $d$ . Repite la medida del tiempo un mínimo de cuatro veces para detectar posibles errores accidentales. Verifica después de cada medida que la cuerda pasa correctamente por todas las poleas, ya que puede salirse al chocar la masa  $m_1$  contra la base.

Repite a continuación las medidas para 8 distancias diferentes bajando el disparador magnético de tres en tres centímetros.

## Resultados

1. Anota el valor de las masas  $m_1$ ,  $m_2$  y  $m_p$ .
2. Construye una tabla indicando los valores de  $T$ ,  $t$  y  $t^2$  obtenidos en cada distancia  $d$ . Calcula para cada caso la media de los tiempos y el error asociado a  $t$ .
3. Representa  $d$  en función de  $t$  y  $d$  en función de  $t^2$ . Justifican estas gráficas la validez de la segunda ley de Newton. Razona tu respuesta.
4. Determina a partir de una regresión lineal la aceleración  $a_1$  y compara este valor con el valor teórico calculado a partir de la ecuación (6).

## Cuestiones

1. Resuelve teóricamente el sistema de ecuaciones y deduce las expresiones (5) y (6)
2. Los sistemas de cuerda y poleas se pueden utilizar en la vida real para elevar cuerpos pesados realizando esfuerzos relativamente pequeños. Busca en internet o en la bibliografía algunos de estos dispositivos y descríbelo brevemente.

# Problemas

## 1<sup>er</sup> Cuatrimestre

1. Un hombre se encuentra sobre una balanza dentro de un ascensor que sube con aceleración constante  $a$ . La escala de la balanza marca 960N. Al coger una caja de 20kg, la escala marca 1200N. Determinar:
  - a) La masa del hombre
  - b) La aceleración del ascensor
2. Una caja de 2kg se lanza hacia arriba, con velocidad inicial de 3m/s, por un plano inclinado con rozamiento. El plano forma un ángulo de  $60^\circ$  con la horizontal y el coeficiente de rozamiento cinético entre las superficies es  $\mu=0.3$ . Se pide:
  - a) ¿Qué distancia recorre la caja antes de detenerse momentáneamente?
  - b) ¿Cuál es la energía disipada por el rozamiento mientras la caja sube?
  - c) ¿Cuál es su velocidad cuando vuelve a la posición inicial?

# Problemas

## 2<sup>do</sup> Cuatrimestre

1. En el sistema mostrado en la figura, la cuerda es inextensible, las poleas no tienen masa apreciable y el plano tiene una inclinación de  $45^\circ$  con la horizontal y presenta rozamiento al deslizamiento. Calcular para este sistema: la aceleración de cada bloque, la tensión de la cuerda y el tiempo que tardará la masa C en recorrer la distancia  $d$  hasta el final del plano inclinado.

Datos numéricos:  $m_A=10$  kg,  $m_B=5$  kg,  $m_C=2$  kg,  $\mu=0.15$  y  $d=50$  cm

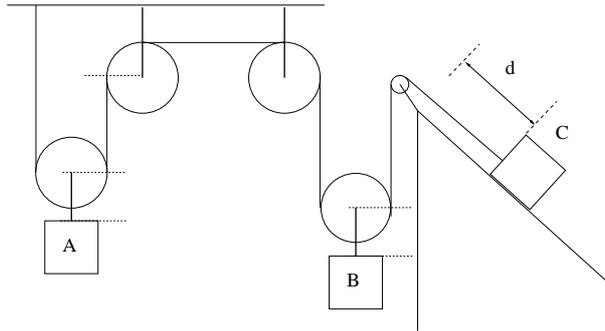


Figura 3: Problema 1

2. Un ingeniero tiene que diseñar una sección curva de carretera que cumpla las siguientes condiciones: con hielo sobre la carretera, cuando el coeficiente de rozamiento estático vale  $\mu=0.08$ , un coche en reposo no debe deslizarse hacia la cuneta, y un coche que circule a menos de 60 km/h no debe deslizarse hacia el exterior de la curva. ¿Cuál debe ser el radio mínimo de curvatura de la curva y el ángulo de peralte de la carretera?