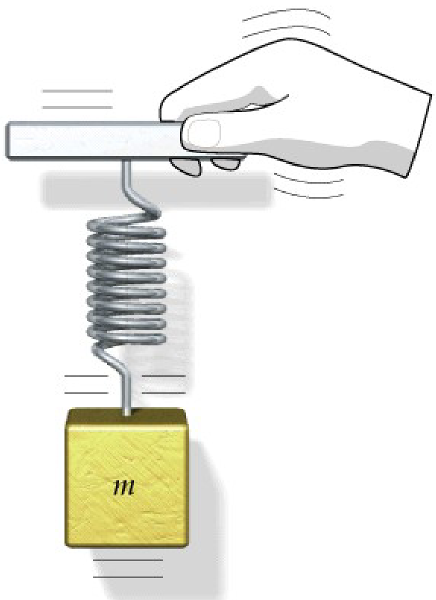
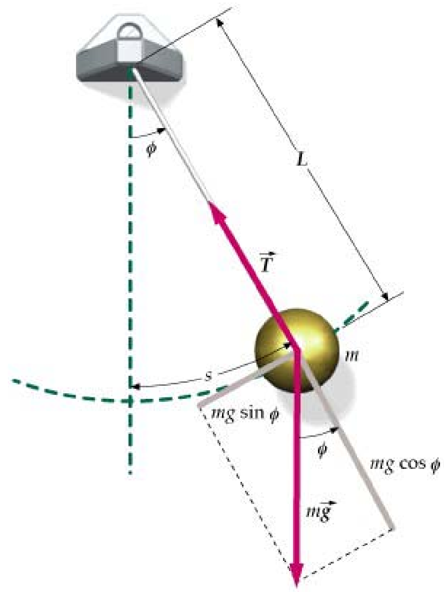
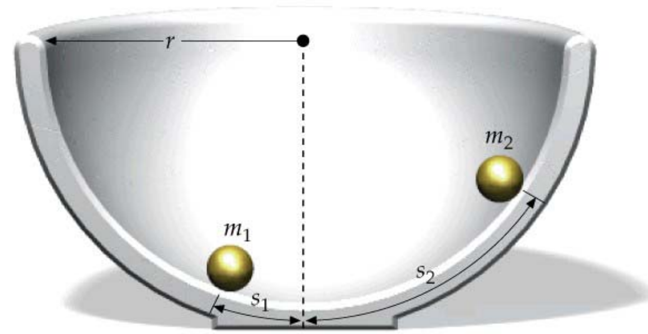
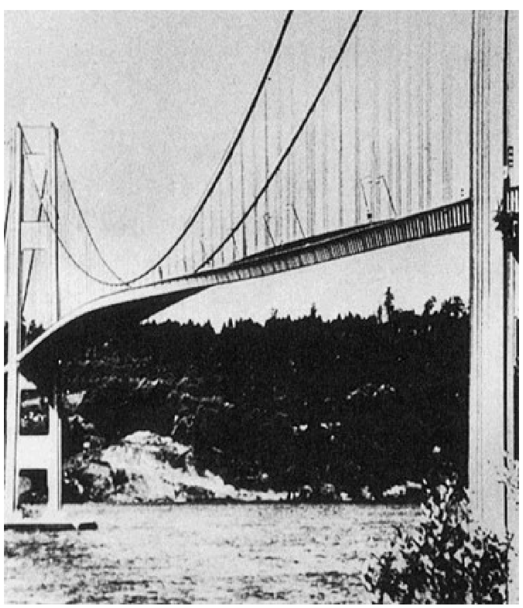
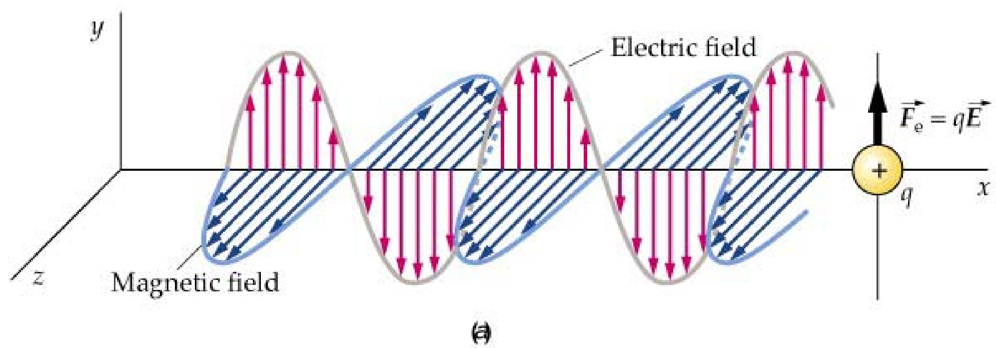
Oscilaciones o vibraciones





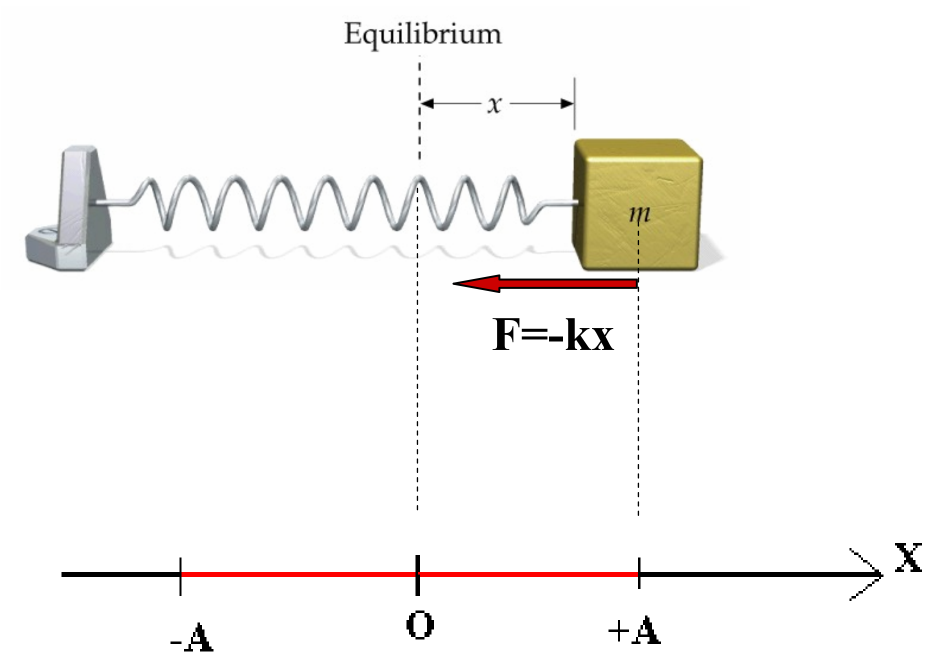




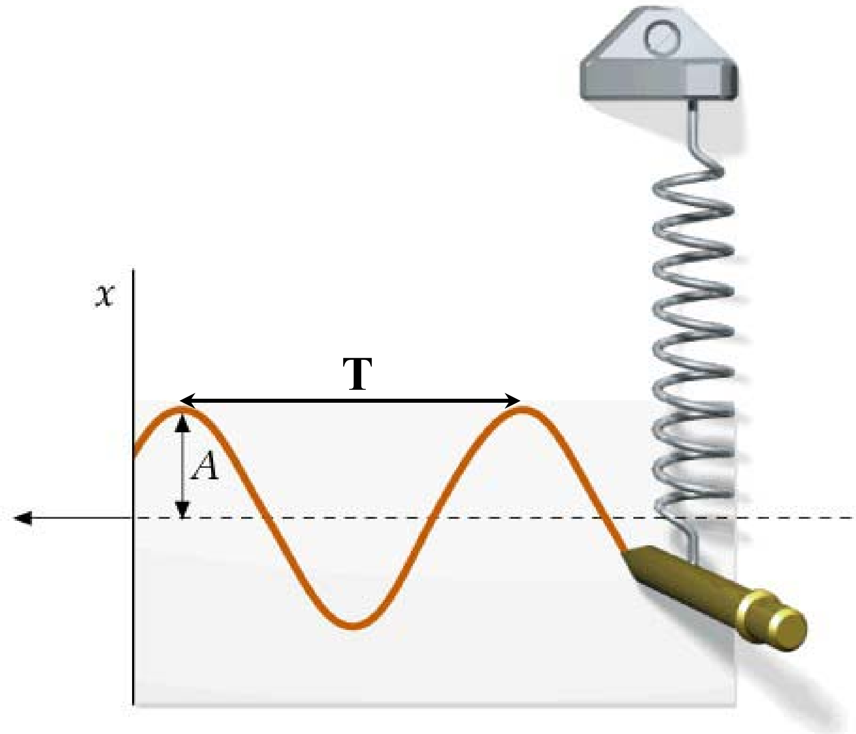


Movimiento armónico simple (MAS)

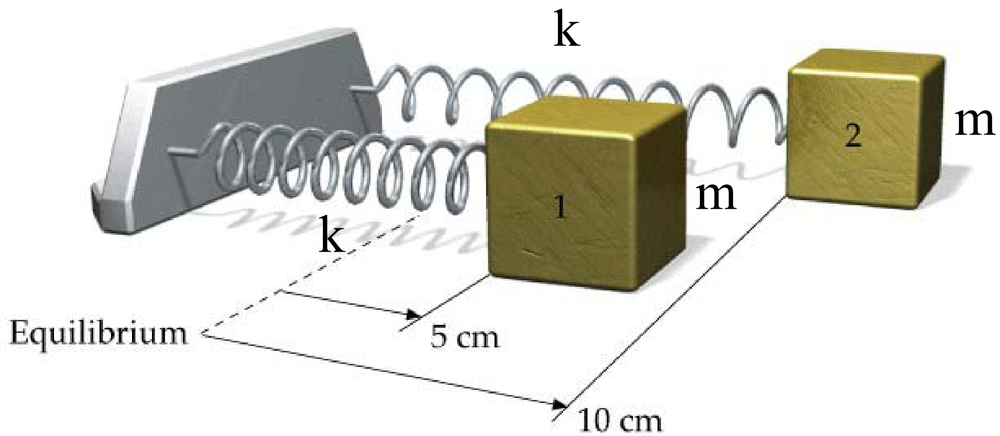
Cuerpo unido a un muelle horizontal

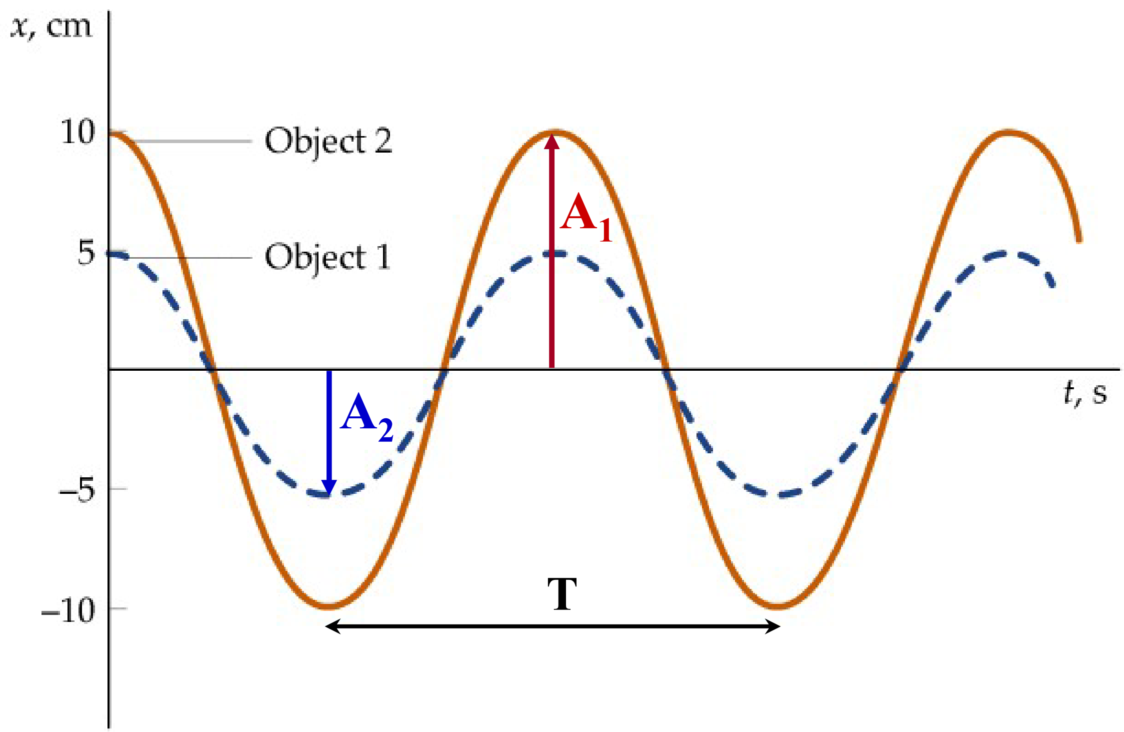


Evolución temporal: x(t)

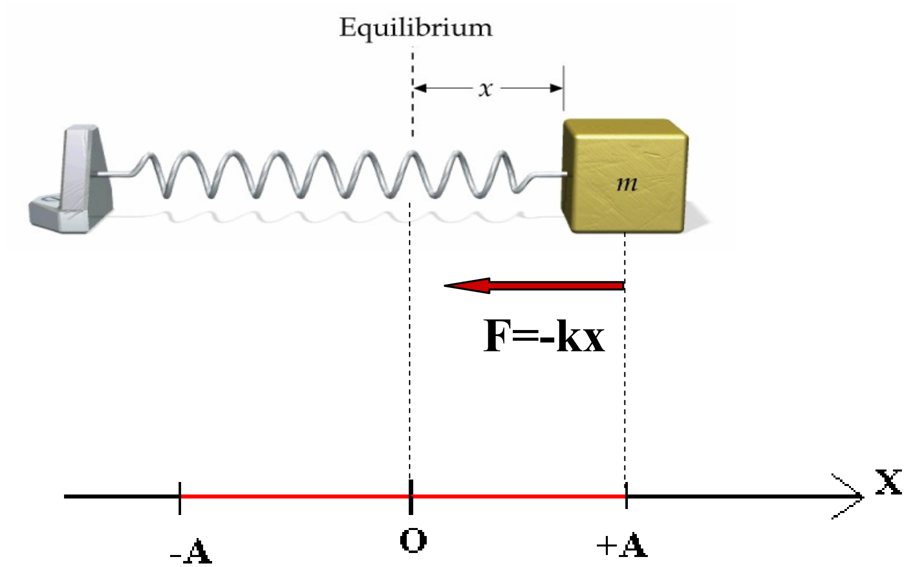


Movimiento armónico simple (MAS)





Movimiento armónico simple (MAS)



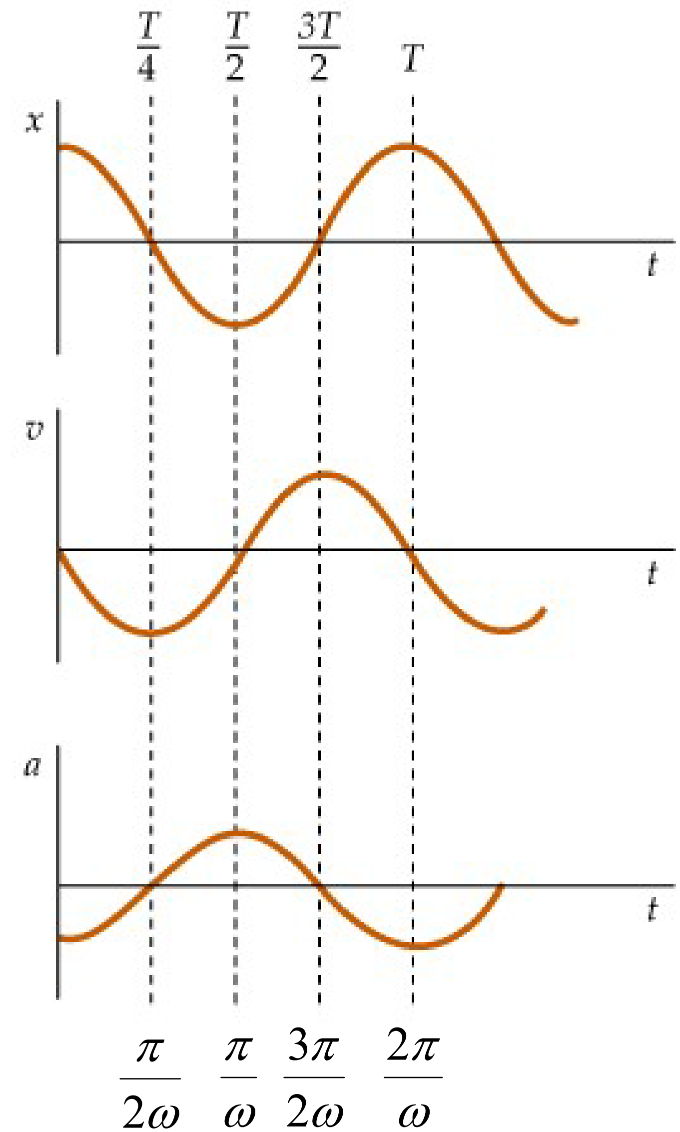
la ecuación de un MAS: $\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$

la posición: $x(t) = A\cos(\omega t + \varphi)$

la velocidad : $v(t) = \frac{dx}{dt} = -\omega A sen(\omega t + \varphi)$

la aceleración: $a(t) = \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 A\cos(\omega t + \varphi)$

$\boxed{\varphi = 0}$



Movimiento armónico simple (MAS)

1. Dibuja los MAS descritos por: $x_1(t)=A\ \mathrm{sen}(\omega t+\phi)$ cuando $\phi=\pi/2$

$x_2(t)=A\cos(\omega t+\phi)$ cuando $\phi=0$

Indica que diferencia hay.

2. De un MAS conocemos la posición inicial x_0, la velocidad inicial v_0 y su aceleración inicial a_0. Determina la amplitud, la frecuencia angular, el período y la frecuencia.

3. Una partícula efectua un MAS como el representado en la figura. Considera las dos posibilidades siguentes:

i) En algún momento durante la oscilación la partícula tiene velocidad nula, pero está accelerando.

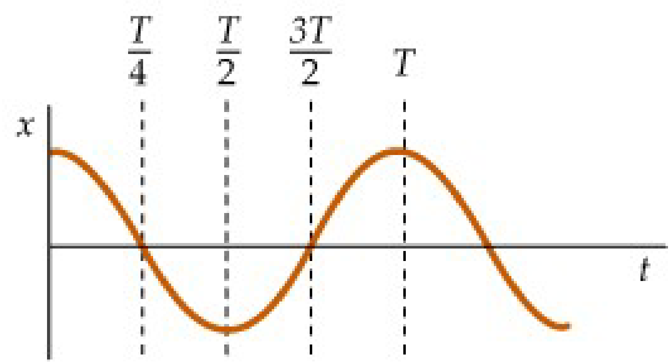
ii) En algún momento durante la oscilación la partícula tiene velocidad y acceleración nulas.

a) Ambas

b) Ninguna de las dos

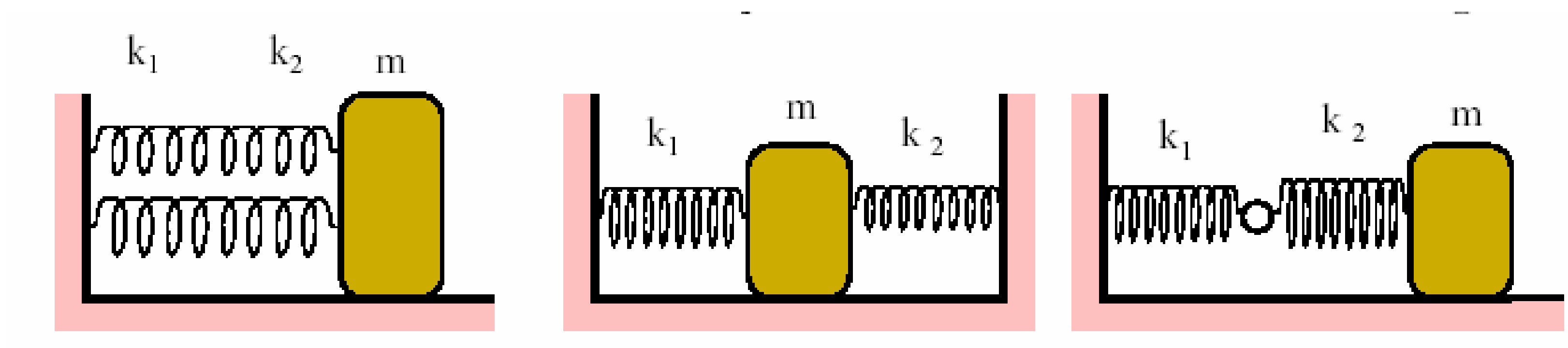
c) Solo la primera

d) Solo la segunda



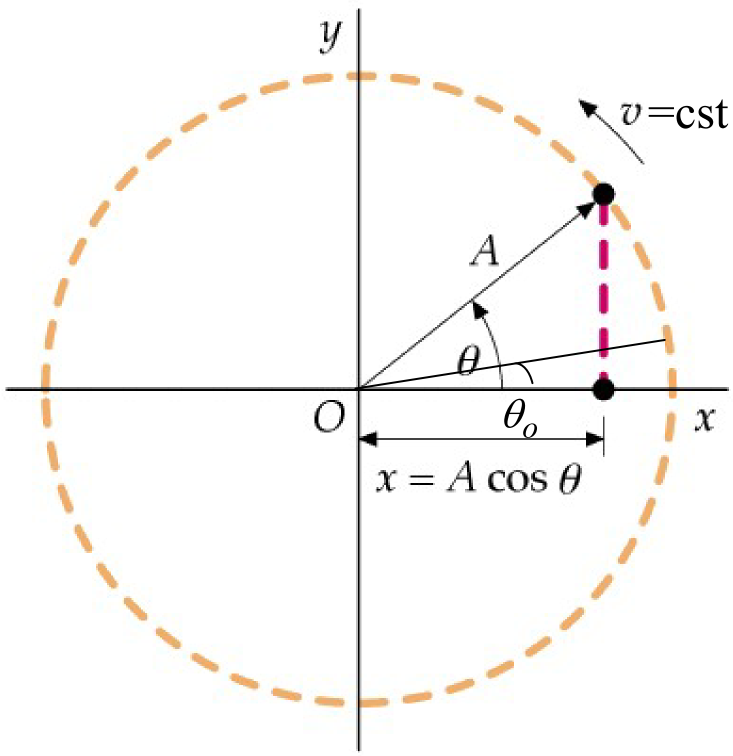
Problema 4-oscilaciones

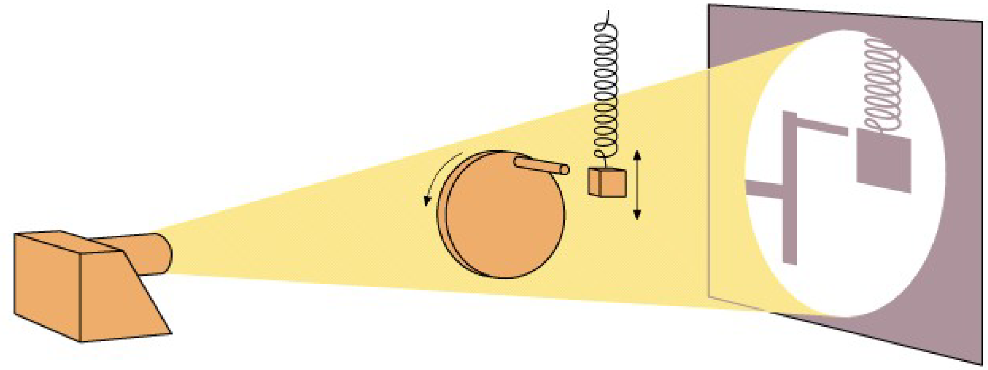
Determinar la frecuencia de oscilación correspondiente a cada uno de los sistemas de las figuras.

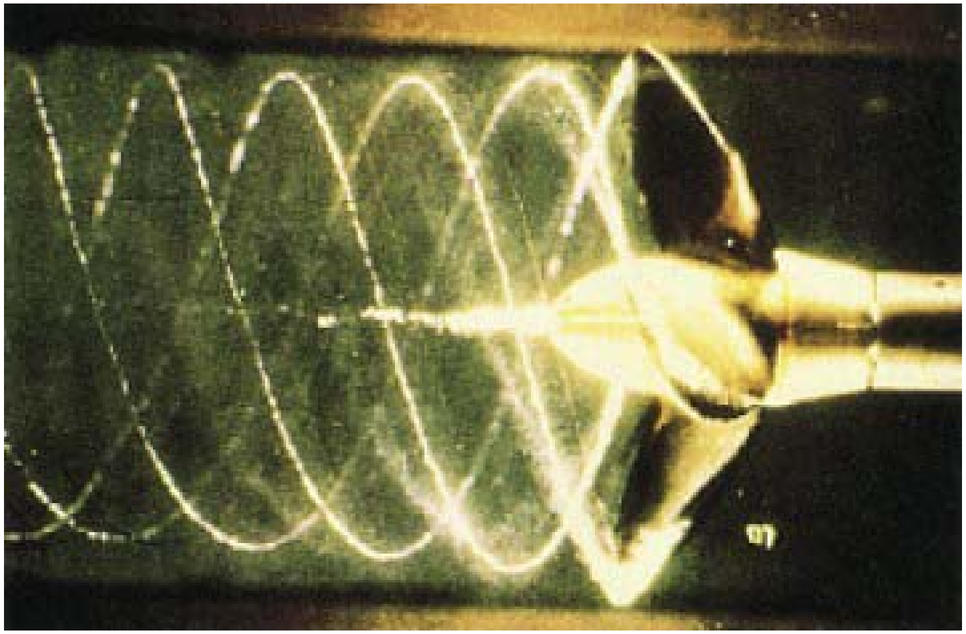


(a) (b) (c)

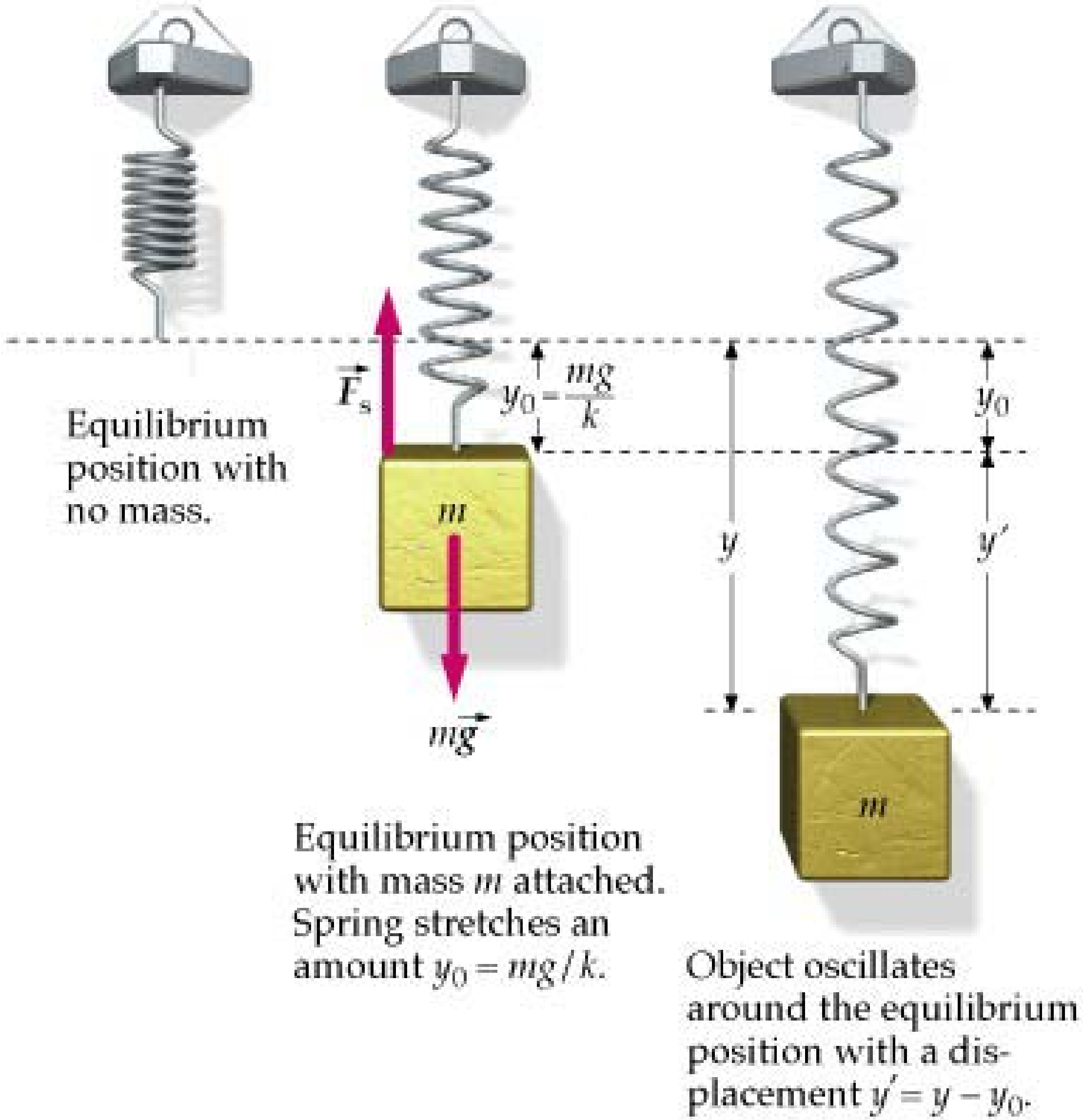
MAS y movimiento circular







Ejemplos de sistemas oscilantes: el muelle vertical



Ejercicios test

2. Un resorte de constante elástica k y masa despreciable cuelga del techo. Si le colgamos en el extremo inferior libre un cuerpo y lo soltamos comienza a oscilar con un período T. ¿Cuánto vale la amplitud A de sus oscilaciones?

(a) $A = \frac{1}{2} g T^2$

(b) $A = \frac{g T^2}{4\pi}$

(c) $A = \frac{g T^2}{2\pi}$

(d) $A = \frac{g T^2}{4\pi^2}$

(e) $A = \frac{g T^2}{8\pi^2}$

Ejercicio

Un cuerpo de masa m=3kg estira 16 cm un muelle cuando cuelga de verticalmente en equilibrio. El muelle se estira desde su posición de equilibrio y el sistema se deja oscilar.

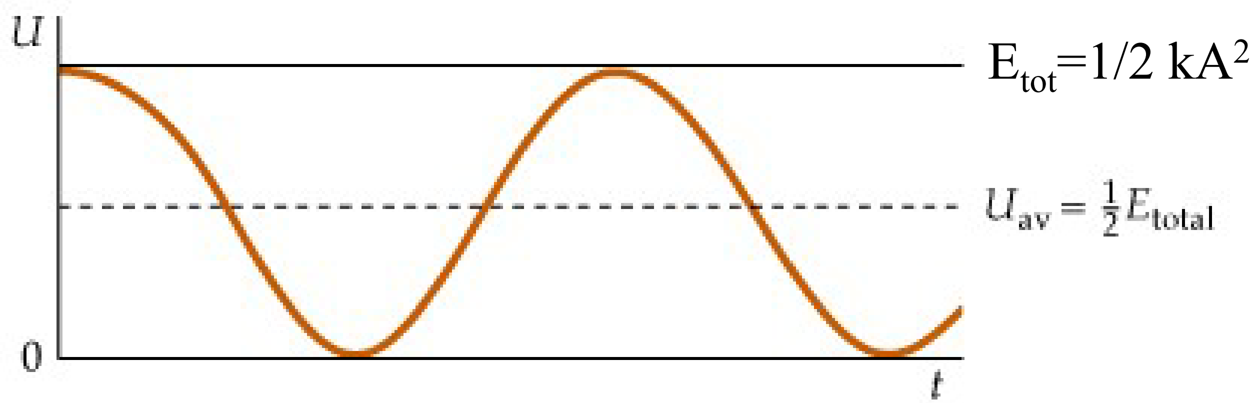
a) Determinar la frecuencia del movimiento.

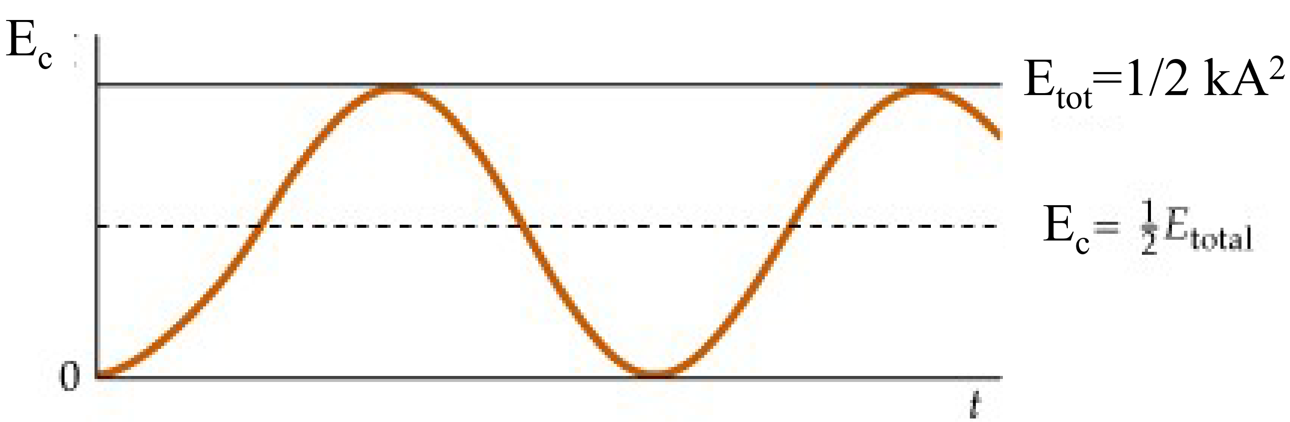
b) Cómo cambia esta frecuencia si el cuerpo de 3kg se reemplaza por uno de 6kg?

Problema 6-oscilaciones

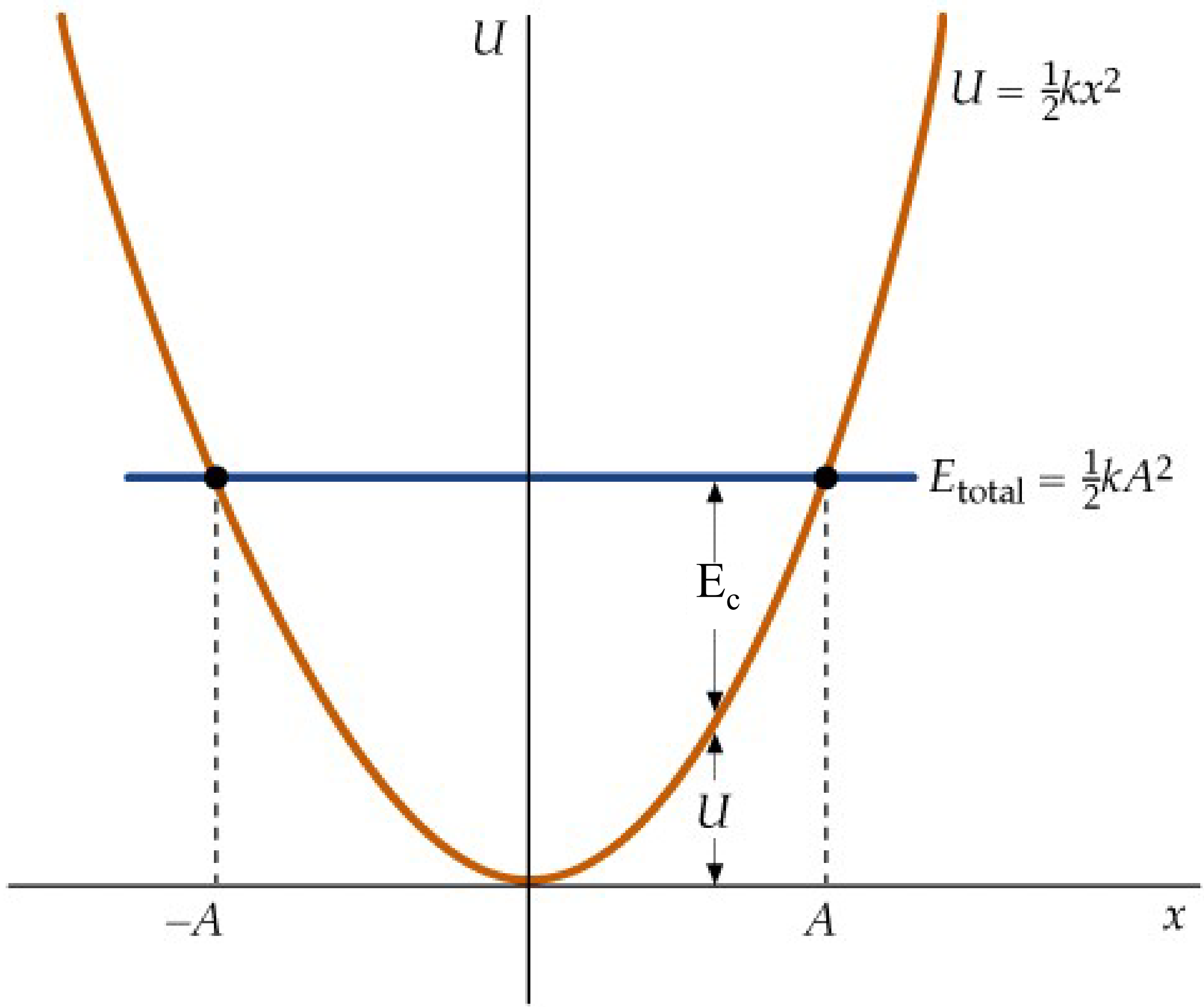
Una partícula se encuentra encima de un émbolo que efectúa oscilaciones verticales. Si el movimiento del émbolo es armónico simple de período T y amplitud A, determinar qué condición han de cumplir A, T y g para que la partícula deje de estar en contacto con el émbolo y en qué instante lo hará?

La energía del MAS





La energía del MAS



Ejercicio

1. Un cuerpo en reposo cuelga verticalmente de un muelle. Cuando tiramos de este cuerpo hacía abajo la energía potencial (elástica y gravitatoria) del sistema

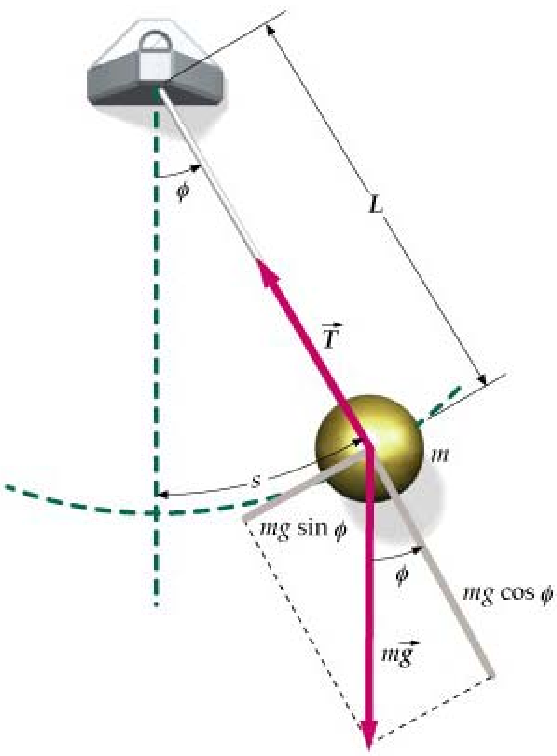
(a) aumenta

(b) se mantiene constante

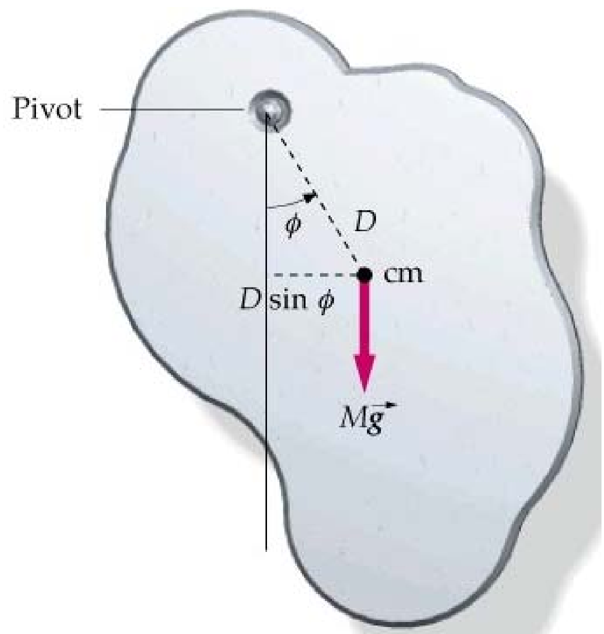
(c) disminuye

Ejemplos de sistemas oscilantes: péndulos

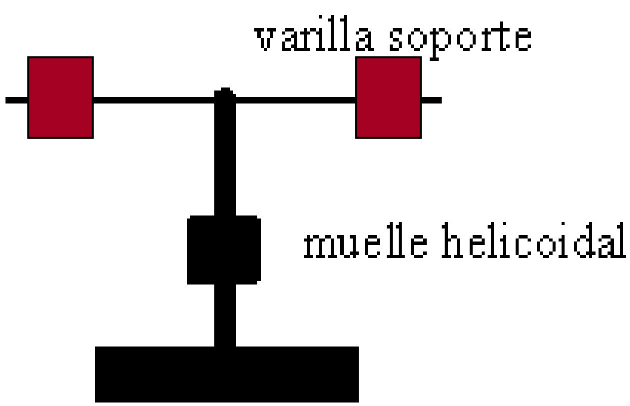
El péndulo simple



El péndulo físico



El péndulo de torsión



Ejercicios

1. Determinar el período de un péndulo de longitud de un metro.

2. En un simulador de nave espacial ha sido modificada la gravedad. Como se puede determinar el valor de la aceleración de la gravedad $\boldsymbol{g}$ si se dispone de un péndulo simple de longitud conocida $\boldsymbol{L}$ y un cronómetro?

3. Una persona se balancea en un columpio. Cuando esta persona está sentada el columpio oscila con una frecuencia $\boldsymbol{f}$. Si a continuación al lado de la primera persona se sienta una segunda persona, la frecuencia del columpio:
   (a) aumenta
   (b) se mantiene constante
   (c) disminuye

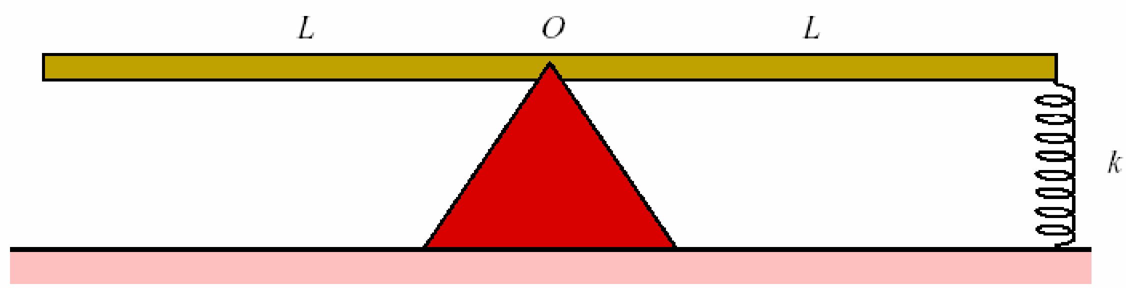
Péndulos - problemas

Problema 10-oscilaciones

Un alambre homogéneo de masa m y longitud L se doble por su punto medio hasta que sus dos mitades formen un codo de 60º. Si dicho codo se coloca ahora sobre un eje horizontal y dejamos que efectué pequeñas oscilaciones de forma que el plano del codo se mantenga en todo momento vertical, ¿cuánto valdrá el período T de dicho movimiento?

Problema 12-oscilaciones

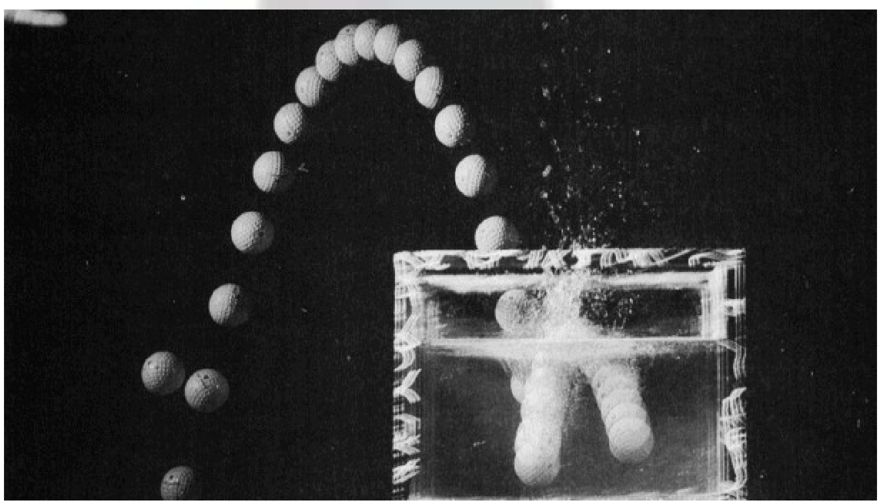
Una barra de masa m y de longitud 2L está articulada por su punto medio O de forma que puede girar sin rozamiento alrededor de O. Un extremo de esta barra está conectado al suelo a través de un muelle de constante elástica k. El conjunto está en equilibrio cuando el muelle está perpendicular a la barra, como se indica en la figura.
Calcular el período T de este movimiento.



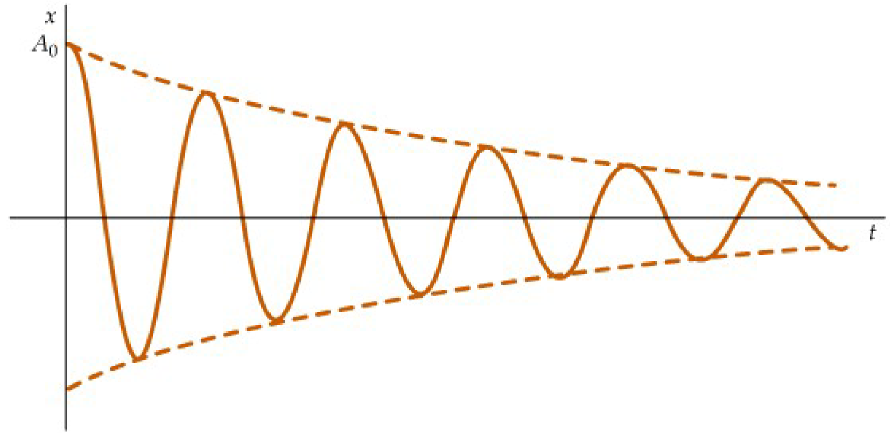
Oscilaciones amortiguadas

fuerza de frenado
o de amortiguamiento

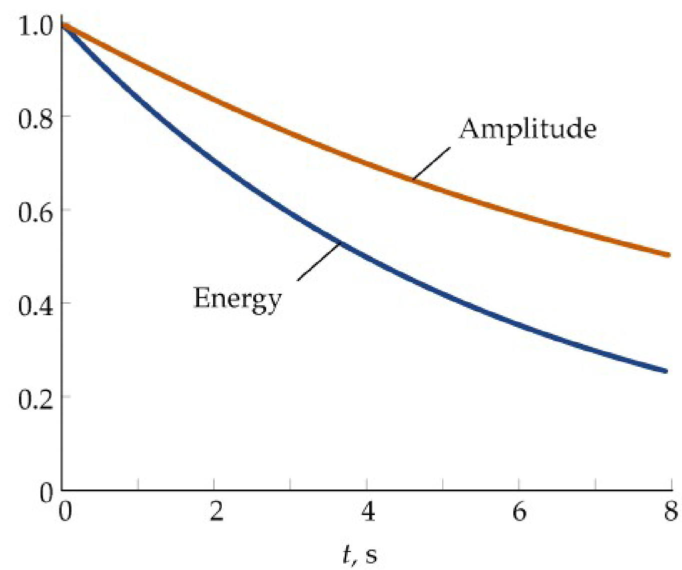
$\vec{F} = -b\vec{v}$



Desplazamiento en función del tiempo



Amplitud y energía función del tiempo

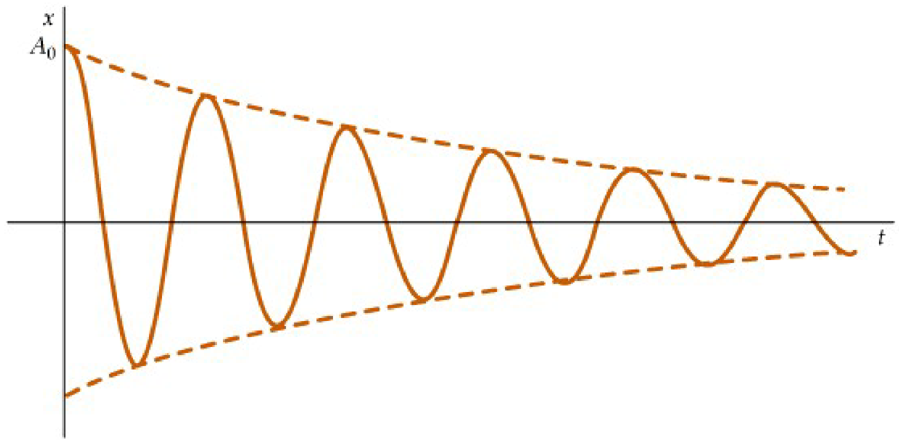


Amortiguamiento crítico y sobreamortiguado

Amortiguamiento débil:

$$\beta << \omega_o$$

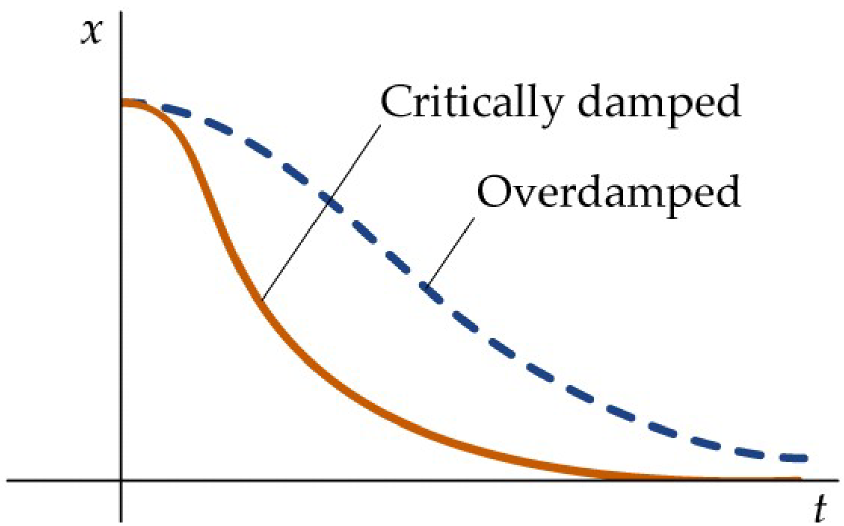
$$x(t) = A_o e^{-\beta t}\cos(\omega_0 t + \varphi)$$



Amortiguamiento crítico

$$\beta = \beta_c = \omega_o$$

$$x(t) = (A + Bt)e^{-\beta t}$$



Sobreamortiguamiento

$$\beta > \beta_c = \omega_o$$

$$x(t) = (Ae^{-\gamma t} + Be^{\gamma t})e^{-\beta t};\ \gamma^2 = \beta^2 - \omega_o{}^2$$

Ejercicios:

1. Los amortiguadores de un coche están ajustados de tal manera que una perturbación inicial se relaja con una oscilación amortiguada críticamente. Si el coche se encontrara completamente sumergido en el agua las oscilaciones serían:
(a) infraamortiguadas;
(b) críticamente amortiguadas igualmente;
(c) sobre amortiguadas.

2. Un cuerpo se encuentra colgado de un muelle, estando todo el sistema sumergido en agua. En esta situación, el cuerpo experimenta un movimiento oscilatorio infraamortiguado. Si se introduce este sistema en un baño de aceite, la frecuencia de las oscilaciones:
(a) aumenta;
(b) se mantiene constante;
(c) disminuye.

3. Si la amplitud de un movimiento amortiguado se reduce a 96% de su valor después de cada oscilación a cuanto se reduce su energía?
(a) 94.1%
(b) 92.2%
(c) 98.3%
(d) 48.0%

<u>Problema 22</u>-oscilaciones amortiguadas

Dos cuerpos unidos entre sí, uno de masa ***M*** y el otro de masa ***m***, se cuelgan del techo por medio de un muelle de constante elástica ***k***. Los dos cuerpos están en reposo, pero en un determinado instante se retira del muelle el cuerpo de masa m por lo que la masa ***M*** comienza oscilar efectuando un movimiento armónico ligeramente amortiguado debido al rozamiento del cuerpo con el aire.

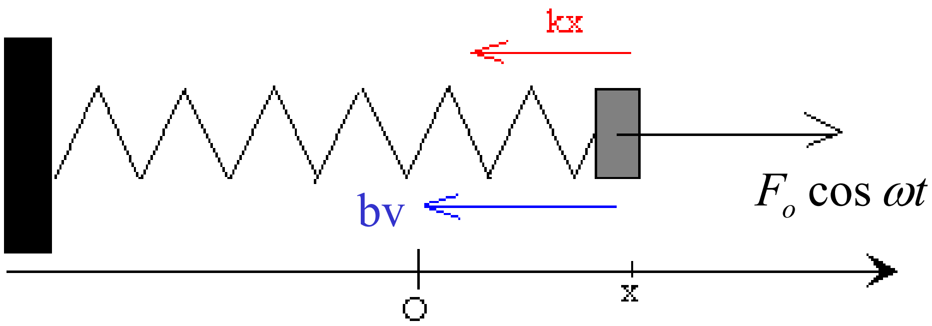
(a) Determinar la energía total con que comienza a oscilar dicho cuerpo.
(b) Si la pérdida relativa de amplitud en cada oscilación es ***p***, determinar la pérdida relativa ***q*** de energía por período en función de ***p***.
(c) Con los datos numéricos: ***M***=100g, ***m***=30g, ***k***=25N/m, ***p***=1,5%, calcular el tiempo necesario Δt que debe transcurrir para que la energía del oscilador se reduzca a la cuarta parte de la inicial.

***Problema 24**-oscilaciones amortiguadas*

Una masa de 0.5 kg unida a un muelle de constante elástica k=250 N/m, oscila con una amplitud inicial A_0=6 cm.

(a) Hallar el período y la energía del oscilador en el instante inicial.
(b) Determinar el valor del parámetro de amortiguamiento del oscilador sabiendo que la energía se disipa a razón de 1% en cada ciclo.

Oscilaciones forzadas



ecuación diferencial de movimiento:

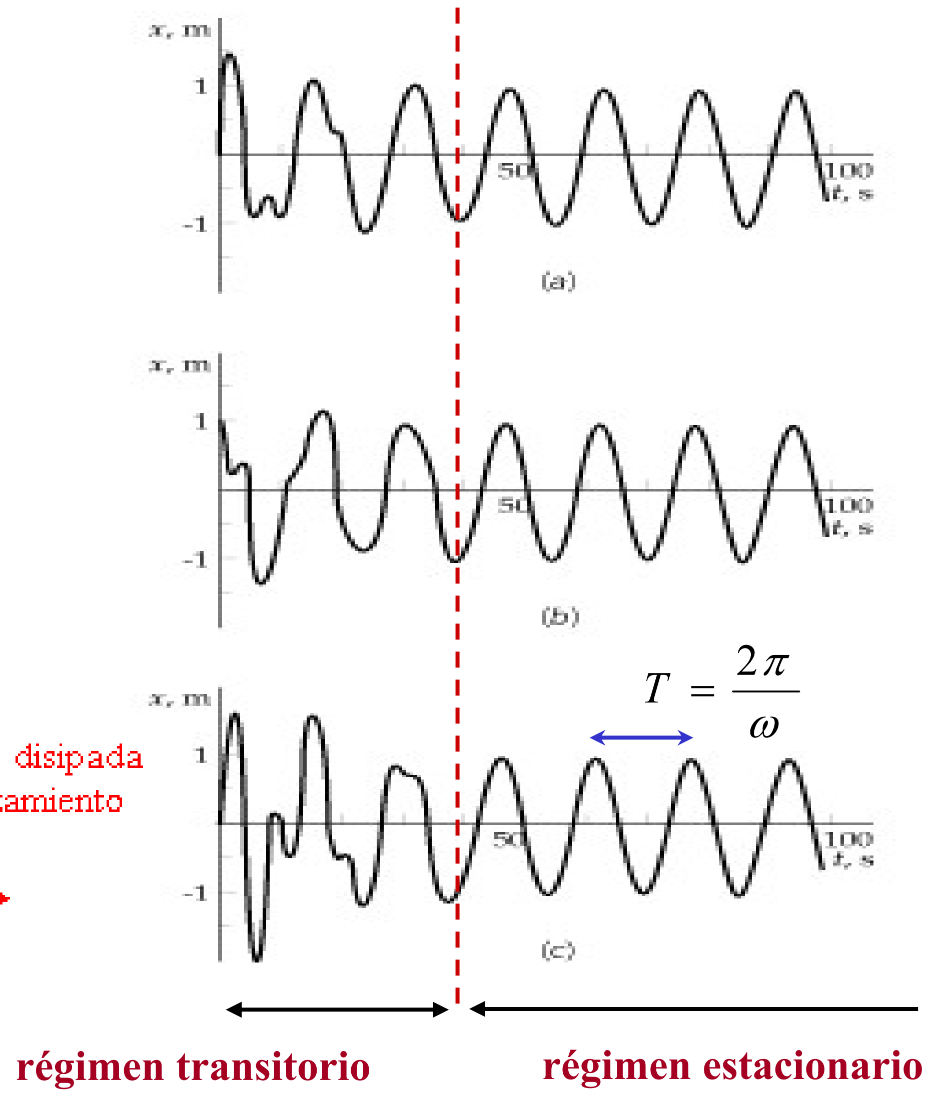
$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_o{}^2 x = \frac{F_o}{m} \cos \omega t$$

Energía por u. de t. suministrada por la fuerza oscilante

Energía del oscilador forzado

Energía por u. de t. disipada por la fuerza de rozamiento

3 soluciones de la ec. diferencial para el mismo oscilador forzado en condiciones iniciales diferentes

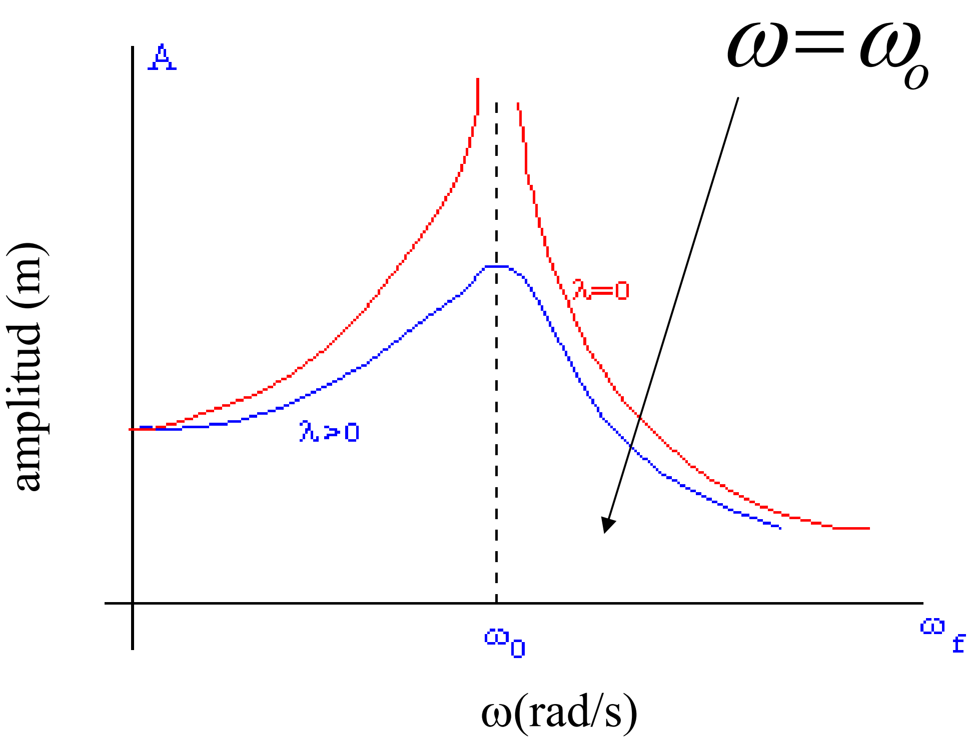


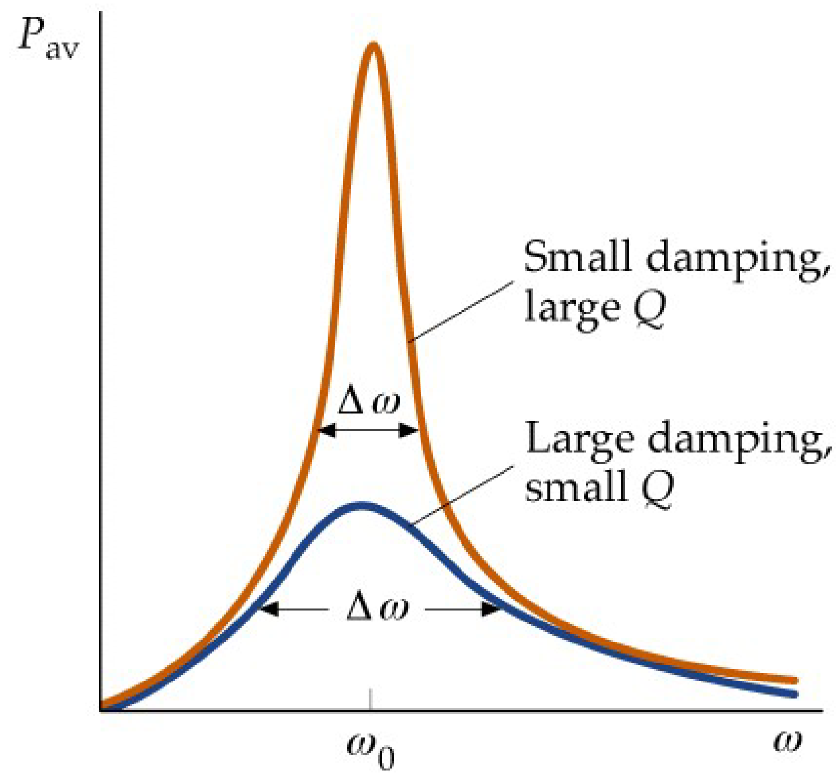
Oscilaciones forzadas. Resonancia

ecuación diferencial de movimiento:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\beta\frac{dx}{dt} + \omega_o{}^2 x = \frac{F_o}{m}\cos\omega t$$

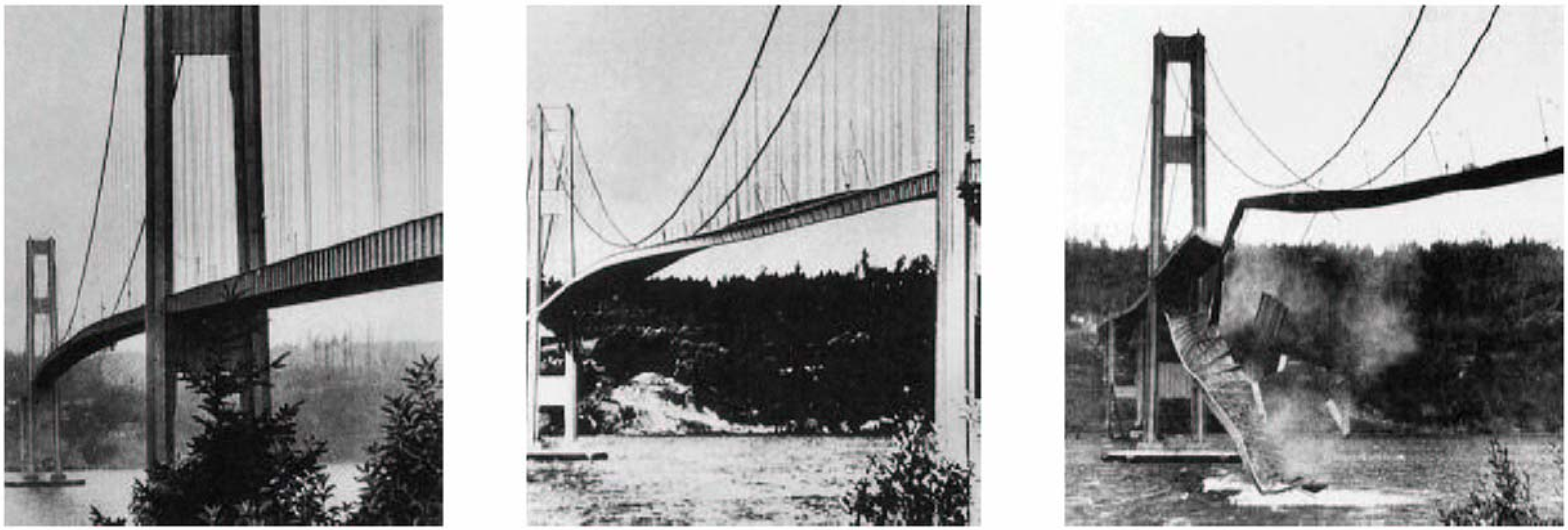
$$x(t) = A\cos(\omega t - \delta) \quad \begin{cases} A = \dfrac{F_o}{m\sqrt{(\omega_o{}^2 - \omega^2) + (2\omega\beta)^2}} \\ \delta = \arctan\left(\dfrac{2\beta\omega}{\omega_o{}^2 - \omega^2}\right) \end{cases}$$





Oscilaciones forzadas. Resonancia

Ensorrament del pont de Tacoma Narrows (novembre 1940)

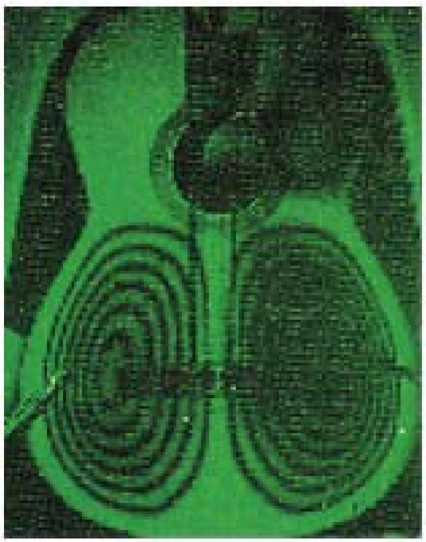


resonancia catastrófica

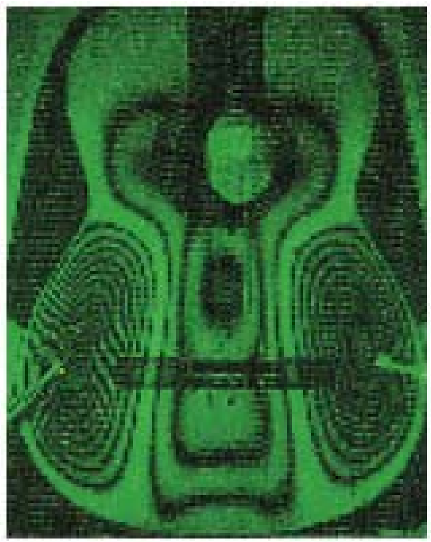
Oscilaciones forzadas. Resonancia

Diagramas de resonancia en una guitarra

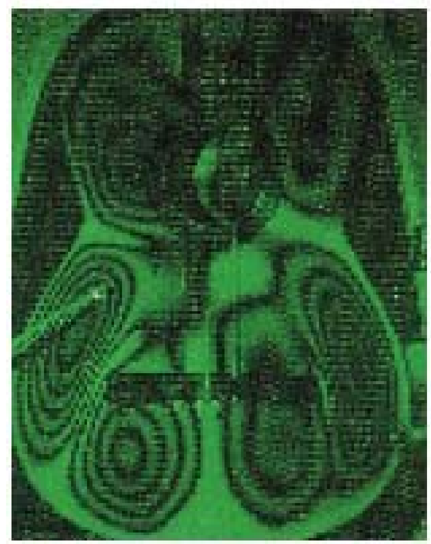
- los objetos extensos tienen más de una frecuencia de resonancia



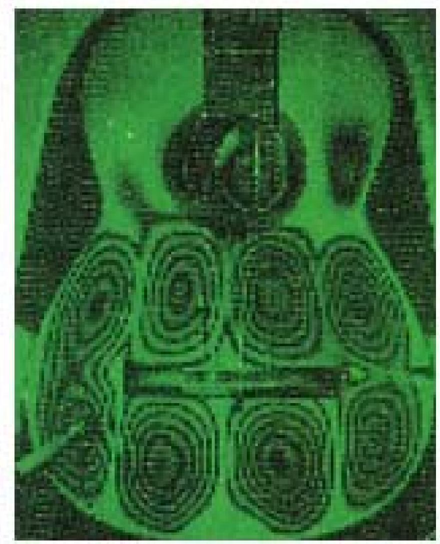
268 Hz (Q=52)



553 Hz (Q=66)



672 Hz (Q=61)



1010 Hz (Q=80)

Ejercicios:

1. Un oscil.lador forçat format per un cos i una molla es troba ajustat per treballar en situació de ressonància. A partir d'un cert moment observem que, per causes desconegudes, el sistema surt del règim ressonant. Ens plantejem les següents possibilitats per tornar a convertir el sistema en ressonant:

1. Fer servir un cos de massa diferent.
2. Fer servir una molla de constant elàstica diferent.
3. Situar el sistema en un medi de viscositat diferent.
4. Variar l'amplitud del forçament.
5. Variar la freqüència del forçament.

Quin o quins d'aquests procediments seran útils pel nostre propòsit?
a. Només els 1, 2 i 5.
b. Només els 3 i 5.
c. Només el 5.
d. Qualsevol d'ells.

Ejercicios:

2. Un objecte de massa 2 kg oscil·la enganxat a una molla de 800 N/m. El paràmetre d'amortiment és β= 0.1 s^{-1}. La força impulsora, en N, és F(t) = 25 cos 10 t. Aleshores, és cert que:

(a) L'amplitud de l'oscil·lació estacionària és de 80 m.

(b) La velocitat màxima del cos val 0.50 m/s.

(c) Si variem la freqüència de la força impulsora fins a 15 rad/s l'oscil·lació entra en ressonància.

(d) El factor de qualitat és 100.

(e) El retard de l'elongació respecte de la força és de $3\pi/2$.

3. El factor de qualitat d'un oscil.lador harmònic simple val:

a. 0

b. ∞

c. 1

d. Depèn de les característiques de l'oscil.lador.

Ejercicios:

4. Si som capaços de reduir la força de fricció viscosa que actua damunt d'un oscil·lador forçat, fins a un valor tal que el paràmetre d'amortiment es redueixi a un 10% del seu valor original, el factor de qualitat ...

(a) Augmenta fins a 10 vegades l'original.
(b) Es redueix també fins a un 10% de l'original.
(c) Augmenta fins a un 110% de l'original.
(d) No varia.
(e) Es redueix fins a un 1% de l'original.

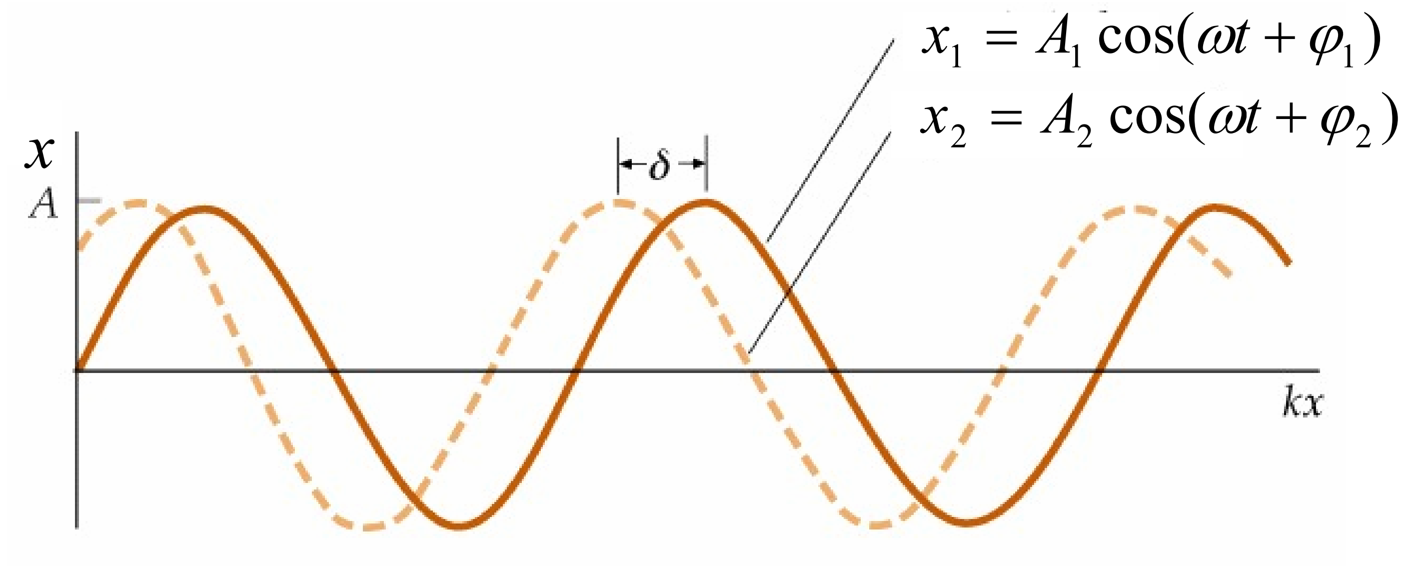
Problema 27 - oscilaciones forzadas

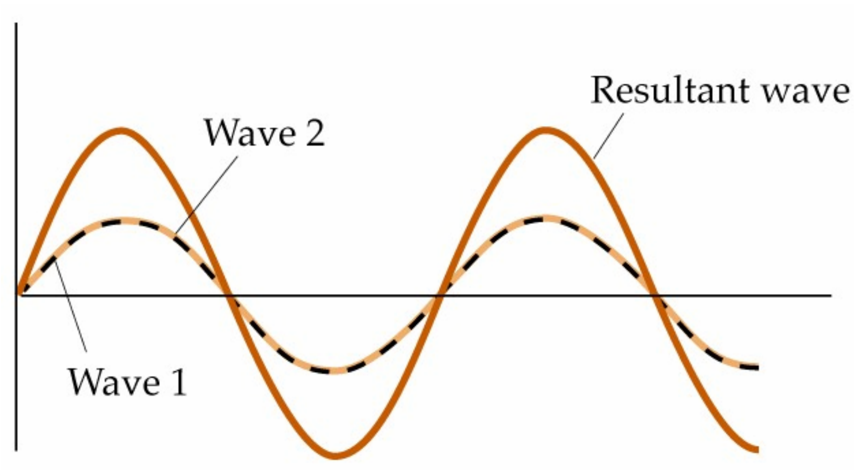
Después de colocar un motor eléctrico giratorio de masa m=18 kg sobre una viga horizontal esta se ha flexionado Δx=6 mm.

(a) Si no es conveniente que la viga se flexione demasiado, que velocidad angular, en rotaciones/minuto, se tienen que evitar especialmente?

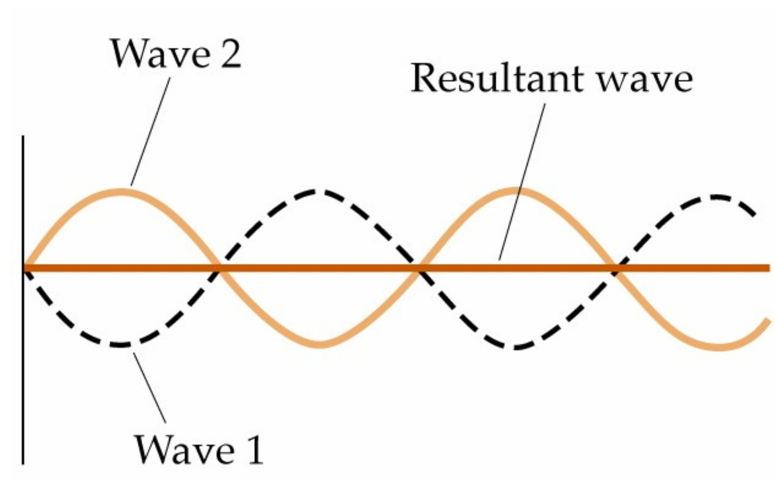
(b) Si el rotor giratorio del motor, de masa M=8 kg, está descentrado a=0.5 cm respecto al eje de rotación, qué amplitud tendrán las oscilaciones de la viga cuando el motor esté funcionando a 350 rpm?

Superposición de dos MAS de la misma frecuencia



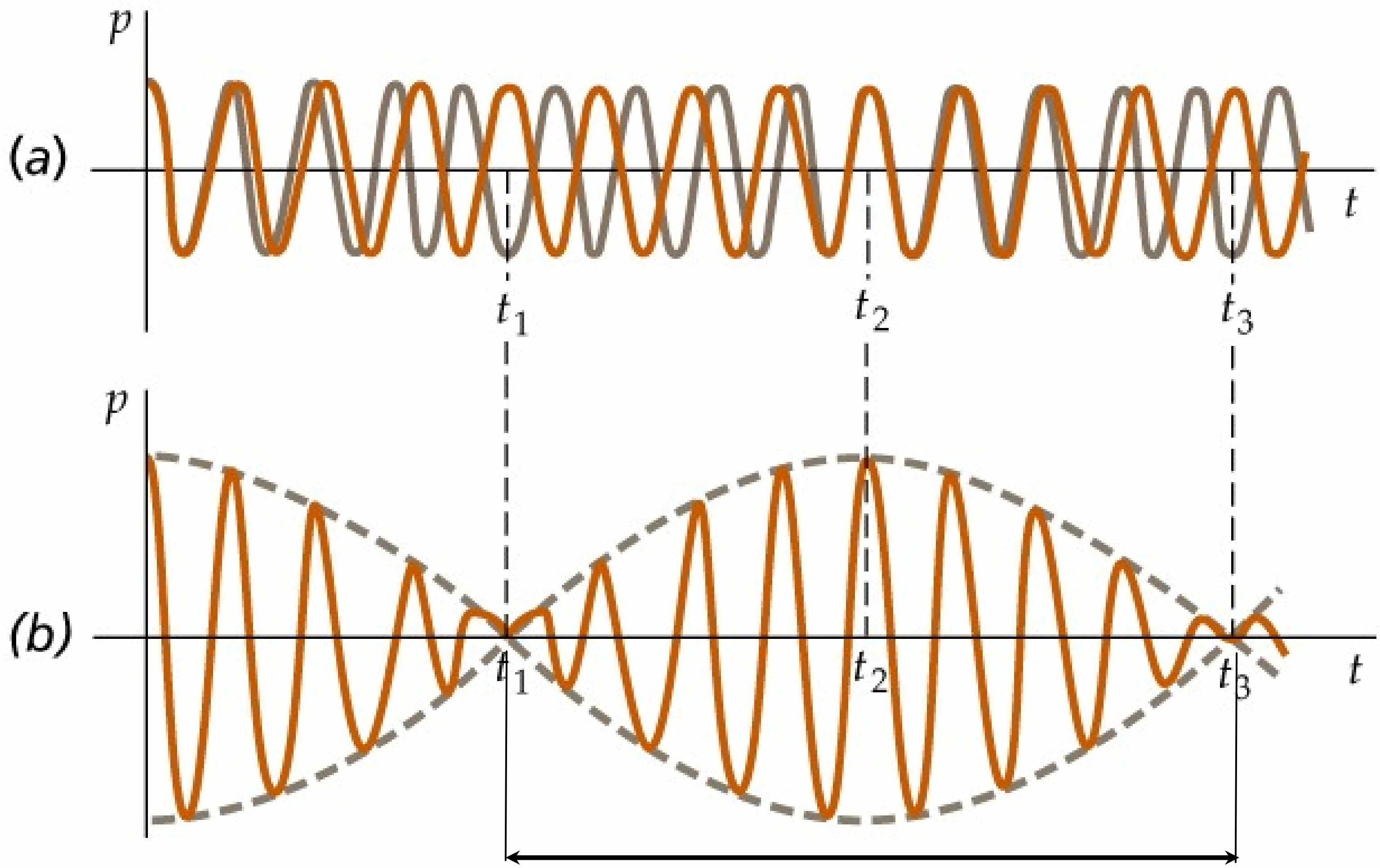


$A_1=A_2,\ \phi_1-\phi_2=0$



$A_1=A_2,\ \phi_1-\phi_2=\pi$

Superposición de dos MAS de frecuencia distinta



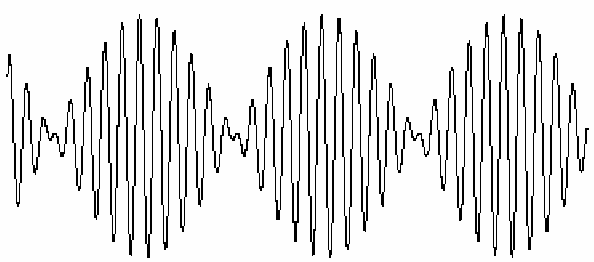
$$T_{pulsación} = \frac{1}{f_1 - f_2}$$

Superposición de dos MAS

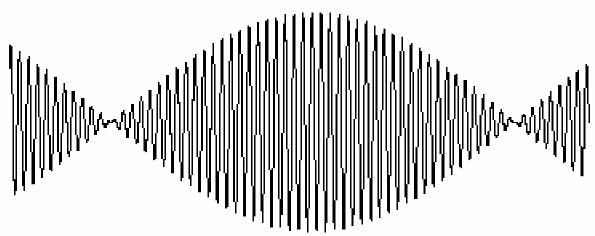
Ejercicios:

1. Las siguientes gráficas muestran pulsaciones que ocurren cuando se superponen dos pares diferentes de oscilaciones armónicas. Para cuál de los dos pares la diferencia de frecuencias entre las oscilaciones originales es más grande?

a. para el caso 1
b. para el caso 2
c. la diferencia de frecuencia es igual en los dos casos
d. se necesita más información para contestar a la pregunta



caso 1

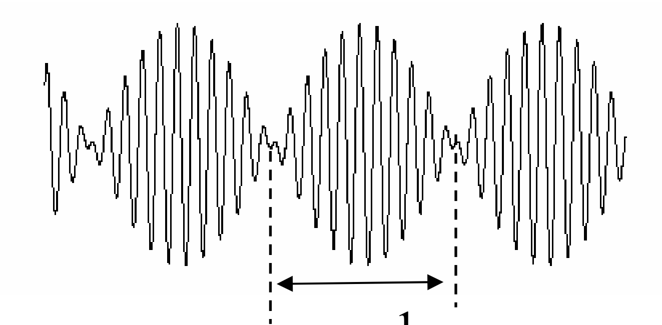


caso 2

Ejercicios:

2. ¿Cuál tiene que ser la diferencia de frecuencias de dos MAS de igual amplitud para dar lugar a 2 pulsaciones por segundo?

a. 1 Hz
b. 0.5 Hz
c. 2 Hz
d. 4 Hz
e. 0.25 Hz

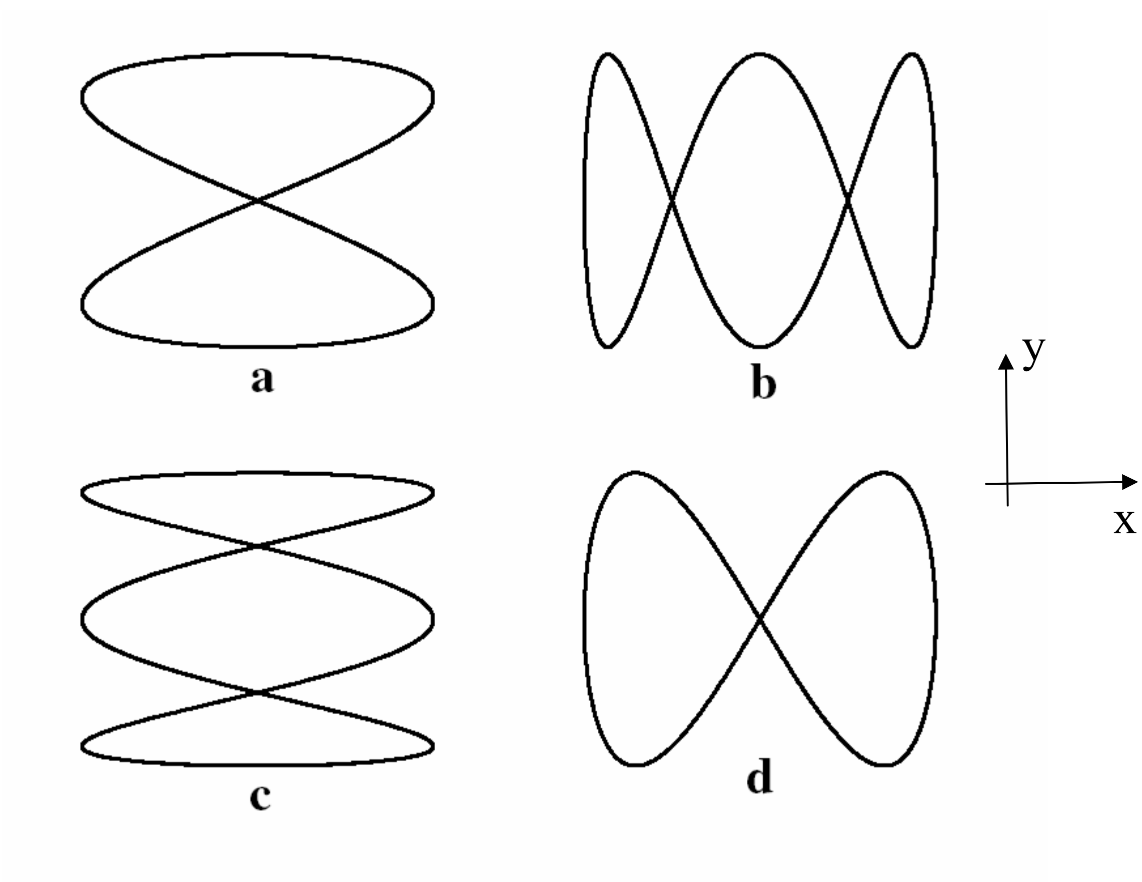


$$T = \frac{1}{\Delta f}$$

Superposición de dos MAS

Ejercicios:

3. Se superponen dos oscilaciones armónicas perpendiculares de tal manera que la oscilación horizontal tiene una frecuencia doble que la vertical.
¿Cuál de las siguientes gráficas corresponde a esta situación?



$$\frac{\omega_x}{\omega_y} = \frac{f_x}{f_y} = \frac{n_y}{n_x}$$