UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA
DEPARTAMENT DE FÍSICA I ENGINYERIA NUCLEAR
Escola Tècnica Superior d'Enginyeria Industrial de Terrassa

Problemes

OSCIL·LACIONS
ONES
TERMODINÀMICA

Oscil·lacions, Ones i Termodinàmica

Problemes d'Oscil·lacions

Moviment harmònic simple (MHS).

1 *Un pequeño objeto de masa $m = 20$ g se cuelga de un resorte de constante elástica $k = 2$ N/cm que está unido al techo de la habitación efectuando un MAS. En el instante $t = 12$ s dicho objeto se encuentra en la posición $x = 1.0$ cm (medida respecto de la posición de equilibrio) y con la velocidad $v = +155.0$ cm/s. Dar la ecuación del movimiento que relacione su elongación x con el tiempo t.

Sol.: $x(t) = 1.844 \sin(100\,t + 0.663)$ cm;

2 D'una partícula sabem que fa un MHS i que en l'instant $t_1 = 10$ s la seva posició, velocitat i acceleració valien, respectivament,

$$x_1 = -5,8438 \text{ mm}, \;\; v_1 = 61,199 \text{ mm/s}, \;\; a_1 = 11834 \text{ mm/s}^2.$$

a) Quant val el període del moviment?

b) Trobeu l'equació del MHS de la partícula.

c) En quin moment t_2 immediatament posterior a $t > 20$ s tornarà a estar en x_1 amb la velocitat v_1?

d) La mateixa qüestió anterior però ara la velocitat no ha de ser necessariament v_1.

e) En quin moment t_3 immediatament anterior a $t > 30$ s passarà per l'origen amb velocitat positiva?

Sol.: a) $T = 0,139624$ s, b) $x(t) = 6,0\,\cos(45\,t + 5,7596)$, c) $t_2 = 20,0529$ s, d) $t_2' = 20,0428$ s, e) $t_3 = 29,9964$ s

3 De un MAS sabemos que en el instante $t = 17$ s, la posición, la velocidad y la aceleración de la partícula son, respectivamente:

$$x = 0.9056 \text{ mm}, \quad v = -528.95 \text{ mm/s}, \quad a = -13040.7 \text{ mm/s}^2$$

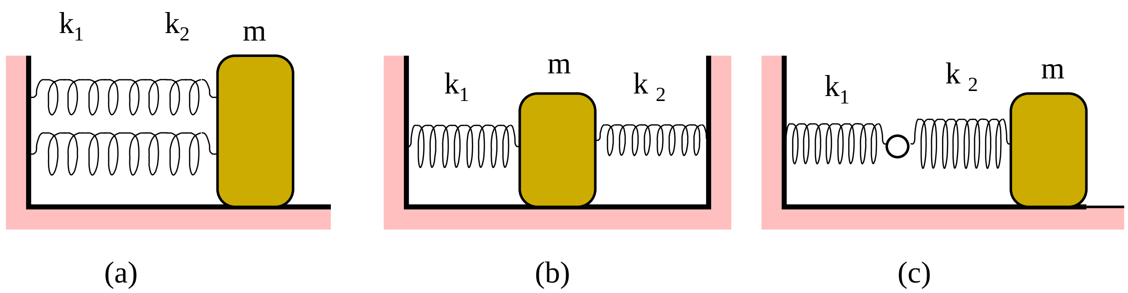
a) ¿cuál es su ecuación de movimiento?

b) ¿Y si los datos fuesen: en $t = 4$ s,

$$x = 0.636374 \text{ mm},\ v = -15.9316 \text{ mm/s},\ a = -78000.8 \text{ mm/s}^2$$

Sol.: a) $x(t) = 4.500\cos(120\,t + 3.4034)$ mm; b) $x(t) = 0.638\sin(350\,t + 2.7925)$ mm;

4 ^{t}Determinar la frecuencia de oscilación correspondiente a cada uno de los sistemas de las figuras.



Sol.: a) $f = \dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{k_1+k_2}{m}}$; b) $f = \dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{k_1+k_2}{m}}$ c) $f = \dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{k_1 k_2}{k_1+k_2}\dfrac{1}{m}}$;

5 *Colgamos un cuerpo de masa m del extremo inferior de un muelle, cuya longitud natural es l_0, que está colgado del techo por el otro extremo. Dejamos que el muelle se alargue lentamente, de forma que la masa m desciende suavemente. La longitud del muelle es entonces d ¿Cuál hubiera sido la longitud máxima que el muelle hubiese alcanzado si hubiéramos dejado caer la masa m bruscamente?

Sol.: $2d - l_0$

6 ^{t}Una partícula se encuentra encima de un émbolo que efectúa oscilaciones verticales. Si el movimiento del émbolo es armónico simple de período T y amplitud A, determinar que condición han de cumplir T, A y g para que la partícula deje de estar en contacto con el émbolo y en qué instante lo hará.

Sol.: La condición es: $A > \dfrac{gT^2}{4\pi^2}$

7 *Podem fer oscil·lar horitzontalment una plataforma amb una amplitud d'$A = 40$ cm i una freqüència variable. Posem un cos sobre la plataforma i comprovem que el cos comença a lliscar al seu damunt a partir de la freqüència $f = 0,55$ Hz. Quant val el coeficient de fricció μ entre el cos i la plataforma?

Sol.: $\mu = 4\pi^2 f^2 A g = 0,487$

8 El péndulo (simple) de un reloj oscila con un período de, exactamente, 2 segundos. Si aumentamos en 1 mm la longitud del péndulo ¿cuánto se retrasará el reloj en un día?

Sol.: 43.2 s

9 Demostrar que una pequeña variación relativa en la aceleración de la gravedad g, da lugar a una pequeña variación relativa en el período T de un péndulo simple que es la mitad de la anterior cambiada de signo, es decir:

$$\frac{\Delta T}{T} = -\frac{1}{2}\frac{\Delta g}{g}$$

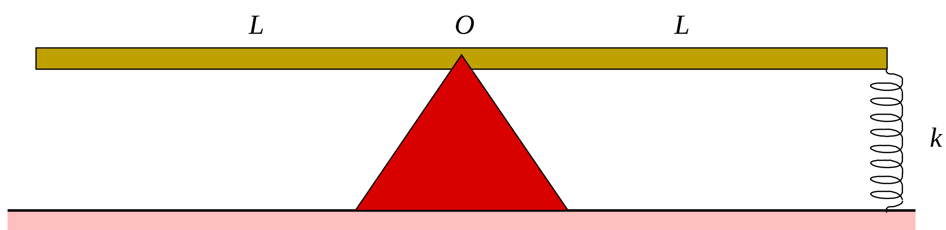
10 ^{t}Un alambre homogéneo de masa m y longitud L se dobla por su punto medio hasta que sus dos mitades formen un codo de 60°. Si dicho codo se coloca ahora sobre un eje horizontal y dejamos que efectúe pequeñas oscilaciones de forma que el plano del codo se mantenga en todo momento vertical, ¿cuánto valdrá el período de dicho movimiento?

Sol.: $T = \frac{2\pi}{3}\sqrt{2\sqrt{3}\frac{L}{g}}$

11 *Una barra homogénea de longitud L y masa m puede oscilar alrededor de un eje horizontal, estando la oscilación contenida en un plano vertical. Determinar la distancia h del centro de masas al punto de suspensión que hace que el período de las oscilaciones sea mínimo.

Sol.: $h = \frac{L}{\sqrt{12}}$

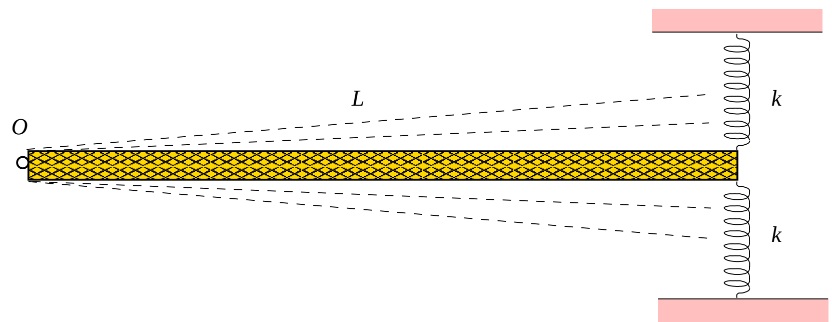
12 ^{t}Una barra de massa m i de longitud $2L$ està articulada pel seu punt mig O de forma que pot girar al voltant d'O sense cap mena de fricció.



Un extrem de la mateixa barra està lligat per una molla de constant elàstica k al terra, estant el conjunt en equilibri quan la molla és perpendicular a la barra (tal com s'indica en la figura). Trobeu el període T del moviment.

Sol.: $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{3k}}$ (Quant valdria el període de les oscil·lacions d'aquesta mateixa barra si ara li afegissim una altra molla de constant k' a l'altre extrem de manera que la barra seguis en equilibri horitzontal? Atenció: no cal tornar a fer operacions; només és qüestió de pensar-ho).

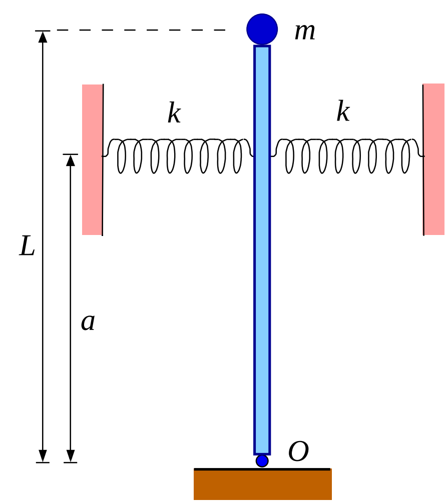
13 *En la figura siguiente se muestra una barra rígida uniforme de longitud L y masa m que se encuentra unida por un extremo a un punto fijo O y por el otro a dos resortes iguales de constantes elásticas k, todo ello en un plano horizontal de forma que la gravedad no interviene en este problema.



Suponiendo que la barra efectúa pequeñas oscilaciones, determinar el período T de las mismas.

Sol.: $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{6k}}$

14 *Una barra rígida, de longitud L y masa despreciable, dispuesta verticalmente y que puede oscilar alrededor de su extremo O (véase la figura) lleva unida en su otro extremo una partícula de masa m. A la barra van fijados dos resortes iguales de constante elástica k la distancia a de su extremo O.



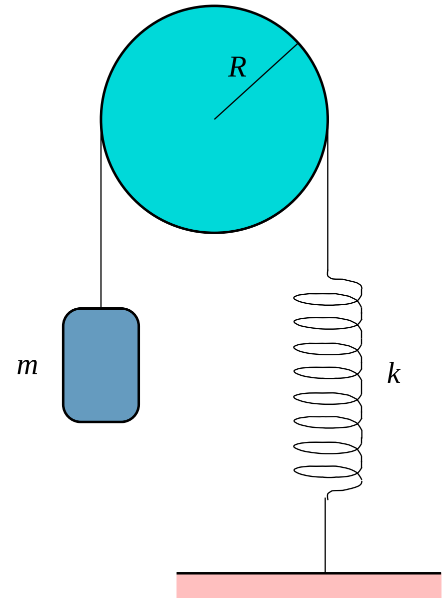
a) Determinar la masa máxima m_{max} de la partícula por encima de la cual el sistema no oscilará.

b) Suponiendo $m < m_{max}$ determinar el período de las pequeñas oscilaciones del sistema.

Sol.: a) $m_{max} = \dfrac{2ka^2}{gL}$, b) $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{mL^2}{2a^2k - mgL}}$

15 *Sea una polea cilíndrica, de masa M y radio R, por la que pasa una cuerda inextensible de masa despreciable que tiene en un extremo un cuerpo de masa m y el otro un resorte de constante elástica k unido al suelo (véase la figura). Determinar el período T de las oscilaciones que efectuará el sistema si desplazamos al cuerpo de la posición de equilibrio.

Sol.: $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{2m+M}{2k}}$



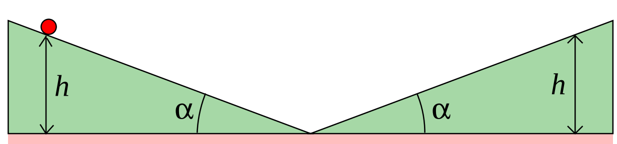
16 [t]Una partícula de masa m está unida a un resorte de constante recuperadora k y todo ello dispuesto horizontalmente sobre una mesa. El resorte se estira respecto de su posición de equilibrio una longitud A_0 y se suelta por lo que la partícula comienza a oscilar. La mesa ejerce una pequeña fuerza de rozamiento seco sobre dicha partícula determinada por el coeficiente de rozamiento μ. Despreciando la resistencia del aire calcular la diferencia de amplitudes ΔA entre dos oscilaciones consecutivas. ¿En qué condiciones se parará la partícula?

Aplicación numérica: $m = 0.10$ kg, $k = 10.0$ N/m, $A_0 = 40$ cm y $\mu = 0.010$.

Sugerencia: realice consideraciones sobre la energía.

Sol.: $\Delta A = \dfrac{4\mu mg}{k} = 3.924$ mm

17 Una partícula se encuentra sobre una estructura constituída por dos planos inclinados un ángulo α muy pequeño (ver la figura).

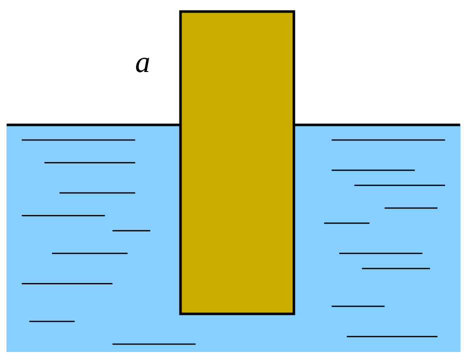


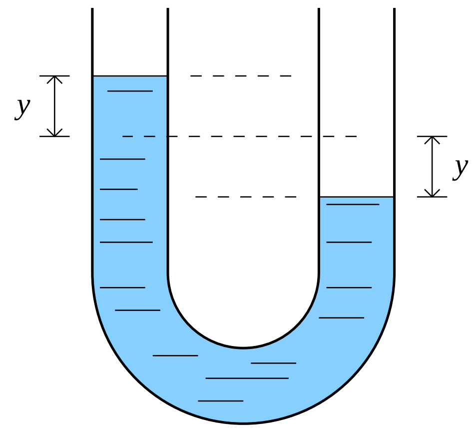
La partícula se suelta desde una cierta altura h respecto del vértice común de los planos y baja deslizando. Dado que no hay rozamiento, efectúa un movimiento periódico. ¿Es un MAS? Tanto si lo es como si no, determinar su período T.

Sol.: No es un MAS; $\qquad T = \dfrac{4}{\sin\alpha}\sqrt{\dfrac{2h}{g}}$

18 Un bloque de madera de sección recta uniforme y longitud a está flotando en un estanque tal como se indica en la figura adjunta. Lo empujamos hacia abajo y lo abandonamos. Despreciando el rozamiento con el agua, demostrar que efectuará un MAS ¿Cuál será la frecuencia de sus oscilaciones? Supónganse conocidas las densidades de la madera, ρ_m y la del agua, ρ_a.

Sol.: $f = \dfrac{1}{2\pi}\sqrt{\dfrac{\rho_a}{\rho_m}\dfrac{g}{a}}$





19 Calcular el período de las oscilaciones de la columna de líquido contenida en un tubo en U de sección transversal constante y colocado verticalmente tal como se muestra en la figura. La longitud de la columna líquida es L.

Sol.: $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{L}{2g}}$

20 L'energia potencial que té una partícula que es mou sobre l'eix OX ve donada per l'expressió (tot en unitats SI).

$$U(x) = x^3 - 5x + 1$$

a) Comenceu fent una gràfica d'$U(x)$ i esbrineu en quins punts la partícula estarà en equilibri. Demostreu que un d'aquests punts és d'equilibri estable.

b) Si la partícula té una massa de 0,10 kg, quin serà el seu període si oscil·la amb poca amplitud al voltant del punt d'equilibri estable?

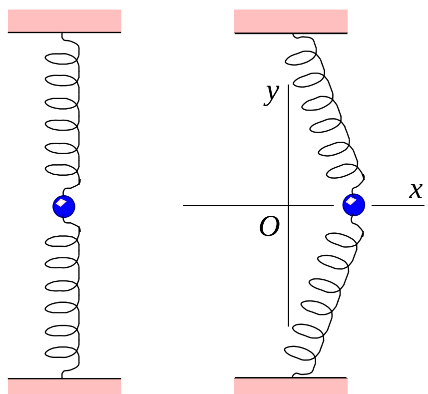
Sol.: a) Punts d'equilibri: $x = \pm\sqrt{5/3}$; equilibri estable: $x = +\sqrt{5/3}$; b) $T = 0,7139$ s

21 Una partícula se une a dos resortes iguales en la forma que se indica en la figura (a). En este estado los resortes se encuentran con su longitud natural L_0. A continuación se desplaza la partícula en la dirección perpendicular a los resortes una distancia x, siendo $x \ll L_0$ —figura (b)—.

a) Demuéstrese que, aproximadamente, la fuerza resultante que actúa sobre la partícula viene dada por la expresión
$$F_x \approx -k\frac{x^3}{L_0^2}$$
es decir, que se trata de una fuerza recuperadora NO lineal que da lugar a un movimiento oscilatorio NO HS.

b) La masa de la partícula es $m = 0,1$ kg, la longitud natural de los resortes $L_0 = 1$ m y su constante de fuerza $k = 500$ N/m. Si la partícula se ha desplazado inicialmente la distancia $x_0 = 6$ cm desde el origen y luego se ha soltado, encontrar la velocidad con la que pasará por éste.

Sol.: b) $v = \frac{x_0^2}{L_0}\sqrt{\frac{k}{2m}} = 0,18$ m/s



(a) (b)

Oscil·lacions amortides.

NOTACION que utilizaremos: sea una partícula de masa m, sometida a una fuerza restauradora del tipo $F = -kx$ y otra de de rozamiento viscoso del tipo: $F_r = -bv$, siendo k la constante elástica, x la elongación, v la velocidad de la partícula y b el coeficiente de amortiguamiento. La segunda ley de Newton aplicada a esta partícula da lugar a la ecuación:
$$m\frac{d^2x}{dt^2} + b\frac{dx}{dt} + kx = 0$$
y cuya solución es la ecuación de su movimiento:
$$x(t) = A\,e^{-\beta t}\sin(\omega t + \phi)$$
siendo β el parámetro de amortiguamiento.

22 ^{t}Dos cuerpos unidos entre sí, uno de masa M y el otro de masa m, se cuelgan del techo por medio de un muelle de constante elástica k. Los dos cuerpos están en reposo, pero en un determinado instante se retira del muelle el cuerpo de masa m por lo que la masa M comienza a oscilar efectuando un movimiento oscilatorio ligeramente amortiguado debido al rozamiento del cuerpo con el aire.

a) Determinar la energía total con que comienza a oscilar dicho cuerpo.

b) Si la pérdida relativa de amplitud en cada oscilación es p, determinar la pérdida relativa q de energía por período en función de p.

c) Con los datos numéricos: $M = 100$ g, $m = 30$ g, $k = 25$ N/m, $p = 1.50\%$, calcular el tiempo necesario Δt que debe transcurrir para que la energía del oscilador se reduzca a la cuarta parte de la inicial.

Sol.: a) $E_0 = \frac{1}{2}\frac{m^2 g^2}{k}$, b) $q = 2p - p^2 \approx 2p$, c) $\Delta t = \frac{\ln 4}{2\beta} = \ldots$

23 *Un oscilador armónico amortiguado, cuya frecuencia angular natural es $\omega_0 = 15$ rad/s y cuyo parámetro de amortiguamiento es $\beta = 9$ s^{-1}, se encuentra inicialmente en reposo en la posición de equilibrio. En el instante $t = 0$ recibe un impulso que lo pone en movimiento con una velocidad inicial de 60 cm/s.

a) Expresar la elongación del oscilador en función del tiempo.

b) Calcular el máximo desplazamiento que experimenta el oscilador a partir de su posición de equilibrio.

c) Calcular el tiempo que deberá transcurrir para que la amplitud de las oscilaciones amortiguadas se reduzca a un 0.1% del valor máximo anteriormente calculado.

(Nótese que es un oscilador fuertemente amortiguado).

Sol.: a) $x = 5\,e^{-9t}\sin(12t)$; b) x_{max}=1.995 cm; c) $t = 0.869$ s

24 Una masa de 0.5 Kg, unida a un muelle de constante elástica $k = 250$ N/m, oscila con una amplitud inicial de 6 cm.

a) Hallar el periodo y la energía del oscilador en el instante inicial.

b) Determinar el valor del parámetro de amortiguamiento del oscilador sabiendo que la energía se disipa a razón de 1.0% en cada ciclo.

Sol.: a) T =0.281 s; E =0.45 J; b) $\beta = 0.0179\ s^{-1}$

25 Un cuerpo de 2 kg descansa sobre un tablero horizontal y está unido al extremo libre de un muelle de constante elástica $k = 200$ N/m. En un instante dado, las oscilaciones presentan una amplitud de 30 cm; pero debido al rozamiento, dicha amplitud se reduce a la mitad cuando han transcurrido 25 segundos. Con estos datos, determinar:

a) el valor del parámetro de amortiguamiento β, del coeficiente de amortiguamiento b y del tiempo de relajación τ de la energía.

b) La frecuencia y el periodo de las oscilaciones no amortiguadas.

c) ídem de las oscilaciones amortiguadas;

d) el tiempo que debe transcurrir para que se disipe la mitad de la energía del oscilador;

e) ídem el 99% de la energía del oscilador. ¿Cuál será entonces la amplitud de las oscilaciones?.

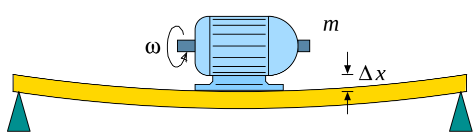
Sol.: a) $\beta = 0.0277$ s$^-1$; $b = 0.111$ kg/s; $\tau = 18.03$ s; b) $f = 1.5915$ Hz; $T = 0.6283$ s; c) $f = 1.5915$ Hz; $T = 0.6283$ s; d) $\Delta t = 12.497$ s; e) $\Delta t' = 83.03$ s; $A = 3$ cm.

26 Un oscilador amortiguado tiene una frecuencia de oscilación que es tan sólo el 85% de su frecuencia natural (sin amortiguamiento). ¿En qué factor disminuye su amplitud en cada oscilación?. ¿Idem su energía?.

Sol.: Amplitud: al 2%; energía: al 0.04%

Oscil·lacions forçades.

27 ^{t}Després de col·locar un motor elèctric giratori de $m = 18$ kg de pes sobre una viga horitzontal aquesta s'ha flexionat $\Delta x = 6$ mm —vegeu la figura.

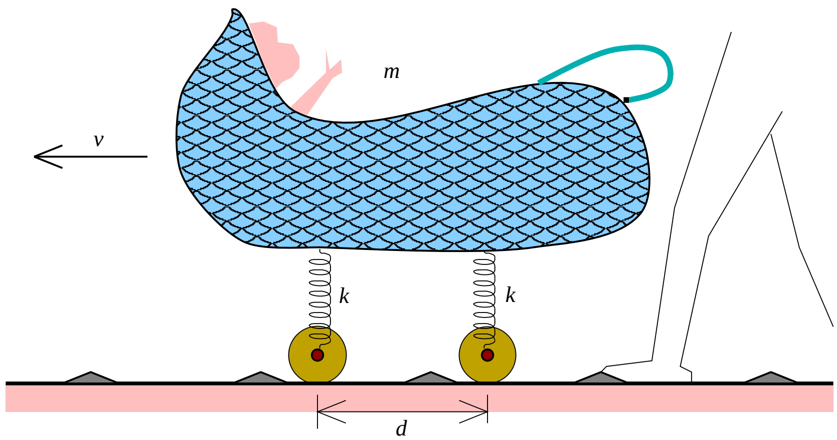


a) Si no és convenient que la viga es flexioni gaire, quina velocitat angular, en revolucions per minut (rpm), caldrà evitar especialment?

b) Si el rotor giratori del motor, que pesa $M = 8$ kg, està descentrat $a = 0,5$ cm respecte de l'eix de rotació, quina amplitud tindran las oscil·lacions de la viga quan estigui funcionant el motor a 350 rpm?

Sol.: a) $\omega = \sqrt{\dfrac{\Delta x}{g}} = 386$ rpm, b) $A = \dfrac{M}{m}\dfrac{a\omega^2}{\omega_0^2 - \omega^2} = 1,67$ cm

28 *Un papá empuja un carrito con su bebé dormido dentro (véase la figura adjunta). El carrito descansa sobre cuatro ruedas que se encuentran debajo de los correspondientes "cuatro" resortes amortiguadores iguales de constante elástica k. El peso del carrito con el bebé es m.



En la acera por la que el papá lleva el carrito hay unos pequeños obstáculos igualmente espaciados la distancia d (que coincide precisamente con la distancia que hay entre las ruedas delanteras y las traseras del carrito). A partir de estos datos, determinar para qué velocidad v_r el cochecito entrará en resonancia y que, por tanto, debe evitar el papá (si quiere que el bebé siga dormido).

Datos numéricos: $m = 15$ kg; $k = 40000$ N/m; $d = 0.5$ m

Sol.: $v_r = 8.22$ m/s

29 *Una partícula de masa 10 g se encuentra bajo la acción de una fuerza recuperadora de 0.050 N/m y de una amortiguadora de 0.030 kg/s. Sobre dicha partícula actúa una fuerza impulsora sinusoidal de amplitud 0.0010 N y de frecuencia angular 50 rad/s.

a) Cuánto durará, aproximadamente, el estado transitorio del movimiento de la partícula?

b) Cuánto valen la impedancia mecánica Z del oscilador, la amplitud de la velocidad y la amplitud de la elongación en el estado estacionario?

c) Cuánto vale el ángulo de desfase entre la fuerza impulsora y la velocidad de la partícula? I la potencia transmitida al oscilador?

d) ¿en qué frecuencia angular ω_r la partícula entraría en resonancia y cuánto valdría en este caso la máxima velocidad de la partícula? I la potencia transmitida?

Sol.: b) $Z = 0.50$ N·s/m; $V_0 = 2.0$ mm/s; ... b) $\omega_r = 2.24$ rad/s; $v_{res} = 33.3$ mm/s

30 Una partícula de massa $m = 1$ g està unida a una molla de constant recuperadora $k = 5.0$ N/cm. Quan la partícula oscil·la, degut a l'amortiment, té una freqüència ω que és un 90% de la seva freqüència pròpia (sense amortiment) ω_0.

a) En quin factor f disminueix la seva energia després de cada oscil·lació?

b) Si li apliquem una força externa harmònica de freqüència la de ressonància, quan ha de valer l'amplitud F_0 de la força externa per tal que la partícula oscil·li amb una amplitud constant de 2.0 cm?

c) Quant val en aquest cas la potència P transmesa de la força externa a la partícula?

Sol.: a) $f = 0.002274$, b) $F_0 = 8.718$ N, c) $P = 61.64$ W.

31 Determinar el factor de calidad Q de un oscilador y la anchura de la resonancia si su frecuencia natural es de 250 Hz y su parámetro de amortiguamiento $\beta = 10$ s^{-1}.

Sol.: $Q = 78.5$

Oscil·lacions, Ones i Termodinàmica

Problemes d'Ones i Òptica

Ones harmòniques.

32 *Escriviu l'equació d'una ona harmònica, que va cap a les x negatives, d'amplitud 0.01 m, freqüència 550 Hz i velocitat 340 m/s. Quina distància hi ha entre dos punts propers que tenen un defasatge de 60°?. Quina és la diferència de fase entre dos desplaçaments en el mateix punt en un interval de temps de 10^{-3} s?.

Sol.: a) $y = 0.01 \sin(10.16x + 1100\pi t)$; b) 0.103 m; c) 3.456 rad

Ones en una corda.

33 ^{t}Lliguem un diapasó a un filferro i generem ones transversals. La seva freqüència és de 440 Hz i l'amplitud d'oscil·lació és de 0.5 mm. El filferro té una densitat màssica de 0.01 kg/m i està sotmès a una tensió de 1000 N.

a) Trobeu el període i la freqüència de les ones en el filferro

b) Quina velocitat tenen les ones?

c) Escriviu una funció d'ones escaient per a les ones del filferro

d) Calculeu la velocitat i acceleració màximes d'un punt del filferro

e) Quina potència hem de subministrar al diapasó per tal que oscil·li amb una amplitud constant?

Sol.: a) $T = 2.273 \times 10^{-3}$ s; b) 316.2 m/s; c) $y = 5 \times 10^{-4} \sin(8.742x - 2764t)$; d) $v_{max} = 1.38$ m/s; $a_{max} = 3822$ m/s^2; e) 3.02 W

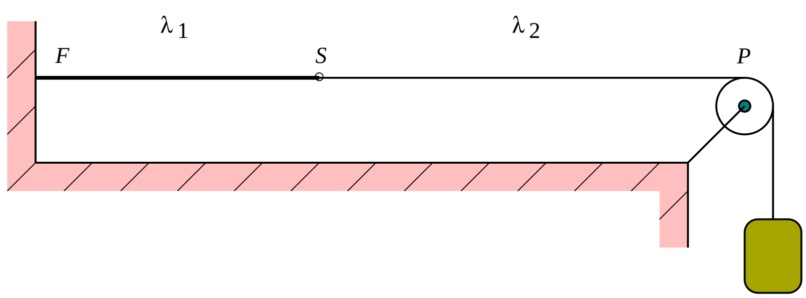
34 S'observa que una corda tensa vibra amb una freqüència de 30 Hz en la seva forma fonamental, quan els suports estan separats 60 cm. Si la corda té una massa de 30 g, quina és la velocitat de propagació de l'ona en la corda i quina és la tensió de la corda?

Sol.: a) 36 m/s i 64.8 N

35 *Una corda de violí de 31.6 cm de longitud i de 0.65 g/m de densitat lineal, es col·loca a prop d'un altaveu alimentat per un oscil·lador variable d'audiofreqüència. Es troba que quan la freqüència de l'oscil·lador es fa variar contínuament en un interval que va des de 500 fins a 1500 Hz, la corda oscil·la només per les freqüències 880 i 1320 Hz. Calculeu la tensió de la corda.

Sol.: $T = 50.26$ N

36 *Un fil metàl·lic A de 28.28 cm de longitud i 0.050 kg/m de densitat lineal se solda a un altre fil metàl·lic B de densitat lineal mitad que la de l'anterior. Un extrem d'aquests dos fils units es fixa a una pared F i l'altre, fent-lo passar per damunt d'una politja, se li aplica una tensió de 100 N, tal com es mostra en la figura.



La longitud d'aquest últim fil entre la soldadura S i la politja P es de 100 cm. Si volem que al llarg de tot el tros de fil FSP es formin ones estacionàries de forma que en el punt S hi hagi un node, quina és la freqüència f_b més baixa que podem aplicar als fils i, en aquest cas, quin nombre n_v de ventres hi haurà en total al llarg d'FSP?

Sol.: $f_b = 158.1$ Hz; $n_v = 7$

37 ^{t}En una cuerda tensa dispuesta horizontalmente uno de sus extremos está fijado en la pared mientras que el otro pasa por una polea y se le cuelga una masa m. Se le producen ondas estacionarias. ¿Qué masa m' se le ha de añadir a la m inicial si queremos que la frecuencia del sexto armónico sea ahora igual a la frecuencia del séptimo armónico de antes?

Sol.: $m' = \frac{13}{36}m$

38 *Dos filferros de densitats diferents se solden a continuació l'un de l'altre i se sotmeten a una certa tensió. La velocitat de l'ona en el primer és doble que en el segon. Quan l'ona harmònica es mou en el primer filferro es reflecteix a la unió d'ambdós filferros, l'ona reflectida té la meitat de l'amplitud que l'ona transmesa.

a) Suposant que no hi ha pèrdues en el filferro, quina fracció de la potència es transmet i quina es reflecteix?

b) Quina relació hi ha entre les amplituds de les tres ones?

Sol.: a) $\frac{P_r}{P_i} = \frac{1}{9}$; $\frac{P_t}{P_i} = \frac{8}{9}$; b) $\frac{A_r}{A_i} = \frac{1}{3}$; $\frac{A_t}{A_i} = \frac{2}{3}$.

Ones en barres.

39 *Una barra d'acer transmet ones longitudinals mitjançant un oscil·lador acoblat a un dels seus extrems; la barra té un diàmetre de 4 mm. L'amplitud de les oscil·lacions és de 0.1 mm i la freqüència és de 10 oscil·lacions per segon. Trobeu:

a) l'equaciò de les ones que es propaguen al llarg de la barra i

b) l'energia que hi ha a la barra per unitat de volum;

c) la potència mitjana que es propaga a través d'una secció qualsevol de la barra.

Sol.: a) $y = 10^{-4}\sin(1.23 \times 10^{-2}x - 62.83t)$ m; b) 0.152 J/m^3; c) 9.7543 10^{-3} W

40 Quan un tub d'acer de 20 m de longitud és colpejat en un extrem, una persona col·locada en l'altre extrem escolta dos sons, com a resultat de dues ones longitudinals, una propagant-se en el tub i l'altra en l'aire, a $T = 20°$C. Quin és el interval de temps entre ambdós sons?

Sol.: 0.0546 s

Ones de so.

41 ^{t}*Sobre la velocitat del so en l'aire.*

a) Demostreu que la velocitat del so depend de la temperatura t (en °C) en la forma aproximada: $v(t) = 331 + 0.606 \cdot$, m/s.
(Suggeriment: recordeu que si $|x| \ll 1$, aleshores $\sqrt{1+x} \approx 1 + \frac{1}{2}x$)

b) Demostreu que una variació relativa petita en la temperatura absoluta de l'aire implica una variació relativa de la longitud d'ona del so donada per

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{1}{2}\frac{\Delta T}{T}$$

42 *Quina és la intensitat I i el nivell d'intensitat β d'una ona sonora en l'aire que té una amplitud de sobrepressió de 0.20 Pa? Quin tant per cent representa aquesta amplitud respecte de la pressió atmosfèrica?

Sol.: $I = 4.6 \times 10^{-5}$ W/m^2; $\beta = 117$ dB; 0,0002%

43 Una onda plana armónica en el aire (de densidad 1.213 g/L y presión 1.00 atm) de 100 Hz de frecuencia tiene una amplitud de 7.7×10^{-6} m. Determinar:

a) la velocidad del sonido en estas condiciones;

b) la intensidad y el nivel de intensidad (en dB) de la onda, y

c) la sobrepresión máxima que causa la onda en el aire, en atm.

Sol.: a) $v = 341.9$ m/s; b) 4.85×10^{-3} W/m^2; 96.9 dB; c) $\Delta P = 1.98 \times 10^{-5}$ atm

44 *Ones de so en l'aire i en l'aigua.* La velocitat del so en l'aigua (a uns 25°C) és d'uns 1500 m/s. Així doncs,

a) quina és la raó de les amplituds de les sobrepressions de dues ones, una en l'aigua i l'altra en l'aire, que tenen igual intensitat?

b) Si ara les amplituds de les sobrepressions d'ambdues ones són iguals, quina és la raó de les seves intensitats?

Sol.: a) 58.3; b) 2.94×10^{-4}.

45 *El sonido de una explosión deja de percibirse a partir de los 80 km del punto en que se ha producido. La intensidad umbral para el margen de frecuencias de dicho sonido es de 8×10^{-12} W/m^2. Suponiendo que el sonido se propague como una onda esférica y que no haya de pérdidas de energía determinar:

a) la distancia para la que el nivel de sonoridad sea de 50 dB;

b) la potencia de la explosión.

c) ¿Cuántas explosiones juntas y simultáneas harían falta para que el nivel de intensidad a la distancia del apartado (a) fuese, no de 50 dB, sino de 70 dB.

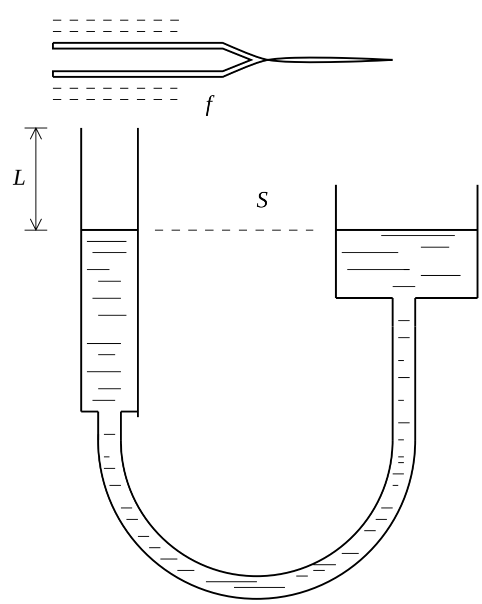
Sol.: b) 0,64 W, c) 100

46 Una flauta que emet amb una freqüència de 1960 Hz produeix, per la seva reflexió en una paret vertical, un sistema d'ones estacionàries. Determineu les distàncies a la paret dels punts on es formen els nodes i els ventres, si la temperatura ambient és de 20°C i la velocitat del so a 0°C és de 331 m/s.

Sol.: Els nodes es troben a $0.0875 \times n$ m, i els ventres a $0.04375 \times (2n+1)$ m, on $n = 0, 1, 2, ...$

47 Per mesurar la velocitat del só a l'aire disposem d'un tub obert per un extrem i d'un diapasó de freqüència 440 Hz. La longitud del tub es pot variar mitjançant una columna d'aigua que pot prendre diferents alçades desplaçant verticalment el dipòsit 'S' mostrat a la figura següent. ¿Quina es la velocitat del só si el tub entra en ressonància amb el diapasó per a dues longituds consecutives de $L_1 = 10$ cm i $L_2 = 48.7$ cm?

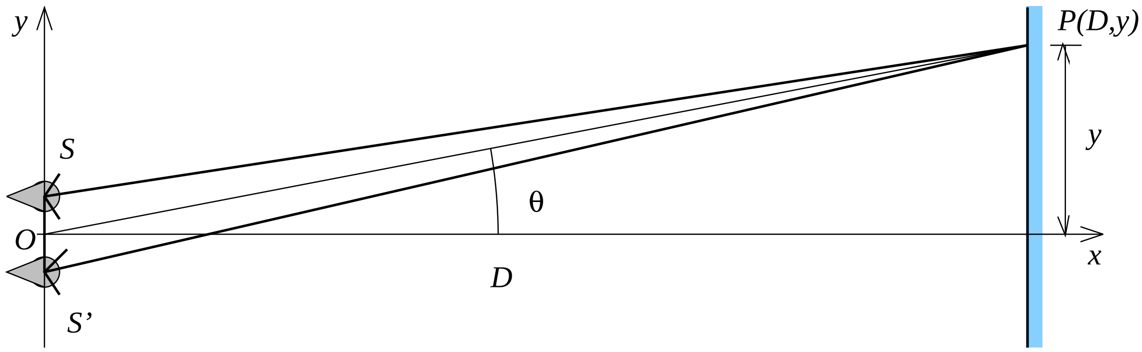
Sol.: $v = 340.6$ m/s



48 *Quan dues cordes de piano idèntiques se someten a la mateixa tensió tenen una freqüència de 400 Hz. Amb quina fracció ha d'augmentarse la tensió d'una de les cordes per tal que es produexin quatre pulsacions per segon, al vibrar simultániament ambdues cordes?

Sol.: 2.0%

49 [t]Mediante un amplificador de audiofrecuencia se hacen emitir en fase sonidos de frecuencia f a dos altavoces que se encuentran sobre el eje y (véase la figura), uno, el S, en $y = +d/2$, y el otro, S', en $y = -d/2$.



Un observador se desplaza desde $y = 0$ a lo largo de una recta paralela al eje y pero separada una distancia D muy grande de éste. Demostrar que el observador escuchará los máximos de intensidad sonora a las distancias $y = y_M = m\frac{D}{d}\frac{c}{f}$, siendo $m = 0, 1, 2, \ldots$ y c la velocidad del sonido. Aplicar al caso concreto: $f = 600$ Hz, $d = 2$ m, $D = 20$ m. Con estas d y D, ¿para qué frecuencia f' la distancia entre dos máximos consecutivos de intensidad es de 3 m?

Sol.: $f' = 1133$ Hz

50 *Un matí en el que la temperatura és de 8°C un tècnic de so està fent unes proves abans d'un concert de rock a l'aire lliure. En l'escenari hi ha dos altaveus que estan alimentats en fase per un amplificador amb una freqüència de 800 Hz.

Si els dos altaveus estan col·locats en els punts de l'eix y, $y_A = 1$ m, $y_B = -1$ m, aleshores:

a) comenceu calculant la velocitat del so en l'aire;

b) si partint del punt $x_e = 60$ m, $y_e = 0$, un espectador comença a caminar paral·lelament a l'eix y, a quines distàncies de l'eix x estan els dos primers punts en què deixerà de sentir el so?

c) Quantes vegades en total haurà deixat de sentir el so si segueix caminant en la mateixa direcció?

Sol.:

51 A l'aire lliure tenim dos altaveus, separats la distancia $a = 3$ m. Un oïent seu directament al davant d'un d'ells a la distància $b = 4$ m, de tal manera que els dos altaveus i l'oïent forman un triangle rectangle. Els dos altaveus funcionan en fase (amb el mateix amplificador) i emeten ones sonores de la mateixa freqüència que, suposarem, arriben amb la mateixa intensitat a l'oïent. Si la temperatura és de 15°C, esbrineu quines freqüències no podrà sentir l'oïent.

Sol.: 170 Hz, 510 Hz, 850 Hz, 1190 Hz, etc.

Efecte Doppler.

52 ^{t}Una sirena que emet un so de 1000 Hz es mou allunyant-se d'un observador i dirigint-se cap a un penya-segat a una velocitat de 10 m/s. Quina és la freqüència de les pulsacions que rebrà l'observador?.

Sol.: $f = 59.36$ Hz

53 *Un rat-penat que persegueix una mosca emet ultrasons d'una freqüència de 55kHz. El rat-penat viatja a 13 m/s i la mosca a 2.4 m/s en l'aire encalmat. Calculeu en aquestes condicions:

a) La freqüència que rep la mosca;

b) La freqüència amb la que rep el rat-penat el so reflectit per la mosca.

Sol.: a) $f = 56.78$ kHz; b) $f = 58.55$ kHz

54 Un camión está desplazándose por una carretera recta a una velocidad aparentemente demasido alta. Un coche de la policía que está parado al lado de la carretera ve pasar al camión alejándose. El coche de la policía, que está dotado con radar, emite microondas de la frecuencia $f_E = 3 \times 10^9$ Hz que se reflejan en el camión e interfieren con las ondas emitidas por el radar. Si se producen pulsaciones con una frecuencia de 576 Hz,

a) ¿qué velocidad lleva el camión?.

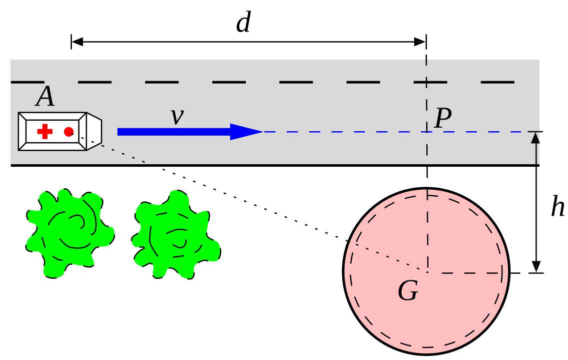
b) A continuación el coche de la policía se dispone a perseguir al camión, que se da a la fuga acelerando. Si la policía va a 110 Km/h y sus aparatos indican pulsaciones de 375 Hz, ¿qué velocidad llevará ahora el camión fugado?

Sol.: a) $v = 103.7$ km/h

55 El conductor d'un Talgo que circula a 90 km/h veu més endavant un tren de rodalies que va per la mateixa via. Per a calcular la velocitat a la que va el "rodalies" fa sonar el xiulet de freqüència 1000 Hz i escolta l'eco de freqüència 1042 Hz. Amb quina velocitat v es desplaça el tren de rodalies?

Sol.: $v = 64.92$ km/h

56 *Una ambulancia A que se desplaza en línea recta con la velocidad $v = 90$ km/h se acerca a la glorieta circular de un parque. haciendo sonar su sirena (que es de una sola frecuencia). Como se muestra en la figura, la distancia mínima entre el centro G de la glorieta y la trayectoria de la ambulancia es $h = 80$ m. En el instante en que la distancia entre la ambulancia y el punto P de máximo acercamiento es $d = 200$ m, la ambulancia hace sonar la sirena, siendo el nivel de intensidad de la misma en el centro G de 70 dB.



En G hay un violinista que en el instante en el que le llega el sonido observa que entran en resonancia un diapasón de 440 Hz y una cuerda de violín de 0.010 kg en su quinto armónico. Con estos datos determinar:

a) ¿Cuánto vale la frecuencia f_a con que emite la sirena de la ambulancia?

b) ¿Qué potencia P tiene dicha sirena? Para contestar esta pregunta ¿qué suposiciones simplificadoras debe hacer?

c) Si la cuerda del violín está sometida a una tensión de 150 N, ¿cuál es su longitud?

Sol.: $f_a = 410$ Hz, $P = 5.8$ W, $L = 48.4$ cm

57 *Un estudiant d'*OOT* vol determinar la temperatura de l'aire i no disposa de cap termòmetre. Per això fa el següent.

- Es queda en repòs al costat d'una carretera recta molt llarga. Als pocs minuts s'acosta un cotxe a velocitat constant que, en veure'l de lluny, comença a fer sonar el clàxon. En el moment en què el cotxe passa pel seu costat l'estudiant perceb un descens sobtat de la freqüència del clàxon, concretament en la relació 6/5.
- Exactament 1600 m més enllà d'on està l'estudiant el cotxe troba un senyal de trànsit i torna a tocar el claxon. L'estudiant, que roman en repòs, escolta el so 54 s després d'haver passat el cotxe pel seu costat.

Amb aquestes dades, i sabent que no fa vent, com determinarà l'estudiant la temperatura de l'aire?

58 *Ones de xoc.* Una barca en moviment produeix ones superficials en l'estany de Banyoles. La barca fa 12 oscil·lacions en 20 s; cada oscil·lació produeix una cresta d'ona. Cada cresta d'ona triga 6 s en arribar a la vora de l'estany que està a 12 m de la barca. A més a més, l'angle que formes les dues branques del solc o rastre que deixa l'embarcació en l'estany és de 90°.

a) Quina és la longitud d'ona de les ones de superfície?

b) A quina velocitat es desplaça la barca per l'estany?

Sol.: a) 3.33 m, b) 2.8 m/s

Òptica física.

59 *Polarització.* Dues làmines polaritzadores tenen els seus eixos de transmissió creuats, de manera que no les travessa cap llum. Inserim una tercera làmina entre elles, de manera que el seu eix de transmissió faci un angle θ amb el de la primera làmina, sobre la qual incideix llum no polaritzada d'intensitat I_0. Esbrineu la intensitat I_3 de la llum transmessa en funció de l'angle θ. Per a quin angle θ_m la transmissió és màxima i quant val, en aquest, la fracció de la llum incident que passa a través de les tres làmines?

Sol.: $I_3 = \frac{1}{8} I_0 \sin^2 2\theta$, $\theta_m = 45°$, $I_{3_m} = \frac{1}{8} I_0$

60 *Interferències per dues escletxes.* Un raig de llum monocromàtica incideix sobre una dues escletxes paral·leles separades $d = 0,8$ mm. A $L = 50$ cm de les escletxes hi ha una pantalla on es visualitzen les franges d'interferència. Si la distància sobre la pantalla entre $n = 11$ franges fosques consecutives és de $\Delta y = 3,04$ mm, quina és la longitud d'ona λ de la llum utilitzada? A quin color pertany, més o menys, aquesta longitud d'ona?

Sol.: $\lambda = \frac{d}{L}\frac{\Delta y}{n-1} = 486$ nm; color blau.

61 *Interferències en pel·lícules primes.* Esbrineu el gruix mínim t_m que ha de tenir una pel·lícula de sabó per tal que sembli negra quan se l'observi normalment amb llum monocromàtica verda de longitud d'ona $\lambda = 0,500$ μm per a la que l'índex de refracció de l'aigua amb sabó és 1,40.

Sol.: $t_m = \frac{\lambda}{2n} = 0,179$ μm

62 *Interferències en una lent convexa: els anells de Newton.* Una lent convexa es col·loca sobre un vidre pla i s'il·lumina des de dalt amb llum blava de $\lambda = 480$ nm. La interferència produïda per la llum reflectida en les superfícies plana i convexa que limiten la capa d'aire consta d'un punt fosc, coincidint amb el de contacte de les superfícies, rodejat d'anells clars i foscos. Si el radi de l'anell fosc número $m = 16$ és $r_m = 8,0$ mm, esbrineu el radi R de curvatura de la lent.

Suggeriment: utilitzeu que el radi de la lent és molt més gran que el dels anells.

Sol.: $R = \frac{r_m^2}{m\lambda} = 8,3$ m

63 *Difracció per una escletxa.* Una escletxa de de $a = 0,10$ mm d'amplada s'il·lumina amb llum groga de $\lambda = 600$ nm, observant-se les figures de difracció en una pantalla situada a $L = 90$ cm. Trobeu la distància que hi ha entre la franja central clara i la segona franja fosca ($m = 2$).

Sol.: $y_f = m\lambda \dfrac{L}{a} = 1,08$ cm

64 *Xarxes de difracció.*

a) Llum groga de $\lambda = 600$ nm de longitud d'ona incideix sobre una xarxa de difracció de $N = 400$ línies/mm. Esbrineu les desviacions angulars de les imatges d'ordre $m = 1$, 2, 3, ... Quin és l'ordre més gran del què encara es poden obtenir imatges?

b) Demostreu que en l'expectre de la llum blanca obtingut amb una xarxa de difracció la llum vermella de $\lambda_r = 700$ nm de segon ordre està per sobre de llum violada de $\lambda_v = 400$ nm de tercer ordre.

c) Si observem llum blanca a través d'un espectroscopi que té una xarxa de difracció com la de l'apartat (a), en quin ordre i per a quins angles del telescopi anirem trobant els colors vermell R ($\lambda_r = 700$ nm) i violat V ($\lambda = 400$ nm) de la llum?

Sol.: a) $\sin\theta = mN\lambda$, $\theta_m = 13.9°, 28,7°, 46.1°, ...,$ quart; b) $2\lambda_r > 3\lambda_v$;
c) V^1(9,21°) – R^1(16,26°); V^2(18,66°), V^3(28,69°), R^2(34,06°), V^4(39,79°), V^5(53,13°), R^3(57,14°), V^6(73,74°).

Òptica geomètrica.

65 *Miralls.* Es vol projectar la imatge d'una espelma, amplificada 5 cops, sobre una paret situada a 4 m de l'espelma. Esbrineu, gràfica i analíticament, quina mena de mirall hem d'utilitzar i a quina distància l'hem de col·locar.

Sol.: Còncav, radi 167 cm, i a 1 m de l'espelma.

66 *Miralls.* Esbrineu, gràfica i analíticament, com és la imatge d'un objecte de 7 cm d'alçària col·locat 15 cm davant d'un mirall convex de 45 cm de radi.

Sol.: Virtual, dreta, de 4,2 cm d'alçària, 9 cm per darrera del mirall.

67 *Sobre lents convergents.* En quines dues posicions podrem col·locar una lent convergent de 6,67 dioptries per tal d'obtenir la imatge d'un objecte sobre una pantalla situada a 80 cm d'ell. Quant augment lateral tindran les dues imatges? Comproveu gràficament els resultats obtinguts.

Sol.: A 20 cm i 60 cm de l'objecte.

68 *Sobre lents divergents.* Un objecte de 9 cm d'alçària està situat a 27 cm d'una lent divergent de distància focal, en valor absolut, 18 cm. Esbrineu, gràfica i analíticament, la posició i grandària de la imatge, així com si és real o virtual.

Sol.: Virtual, a 10,8 cm per davant de la lent, i de 3,6 cm d'alçària.

69 *El constructor de lents.* Tenim una lent biconvexa de radis de curvatura 18 i 20 cm. Si quan un objecte està situat a 24 cm d'ella es forma una imatge real a 32 cm, calculeu la distància focal de la lent i l'índex de refracció de la lent.

Sol.: $+13,7$ cm, $n = 1,69$

Oscil·lacions, Ones i Termodinàmica

Problemes de Termodinàmica

Per a alguns problemes necessitareu les dades de la Taula final.

Temperatura i calor.

70 Transformeu a graus Fahrenheit $-38.9°$C i 357°C, i a graus Celsius $-179°$F i 173°F.

Sol.: $-38.0°$F, 675°F, $-117°$C, 78°C.

71 Quina és la distància mitjana que hi ha, aproximadament, entre dues molècules d'aigua (estant en fase líquida)? I entre dues molècules d'aire?

Sol.: $L_{AIGUA} = 3 \times 10^{-10}$ m, $L_{AIRE} = 30 \times 10^{-10}$ m,

72 El calor específico de una sustancia está dado por la ecuación empírica: $c = a + bt^2$, donde a y b son constantes y t es la temperatura centígrada. Calcular:

a) Calor necesario para elevar la temperatura de una masa m de sustancia desde 0 hasta t.

b) ¿Cuál es el calor específico medio $< c >$ de la sustancia en el intervalo comprendido entre 0 y t?.

c) Comparar este valor medio con el calor específico correspondiente a la temperatura media entre 0 y t.

Sol.: a) $Q = m\left(at + \frac{1}{3}bt^3\right)$; b) $<c>= a + \frac{1}{3}bt^2$; c) $c\left(\frac{t}{2}\right) = a + b\frac{t^2}{4}$

73 Un cuerpo de calor específico 0.40 cal/gK se deja caer deslizando sobre un plano inclinado 60° respecto a la horizontal. Si el coeficiente de rozamiento entre el cuerpo y el plano vale 0.60, encontrar la variación de temperatura T del cuerpo con el tiempo t suponiendo que el 20% de la energía de rozamiento contribuye al calentamiento del cuerpo.

Sol.: $T = T_0 + 9.754 \times 10^{-4} t^2$, ($t$ en s y T en K)

Canvis de fase. Conducció de la calor.

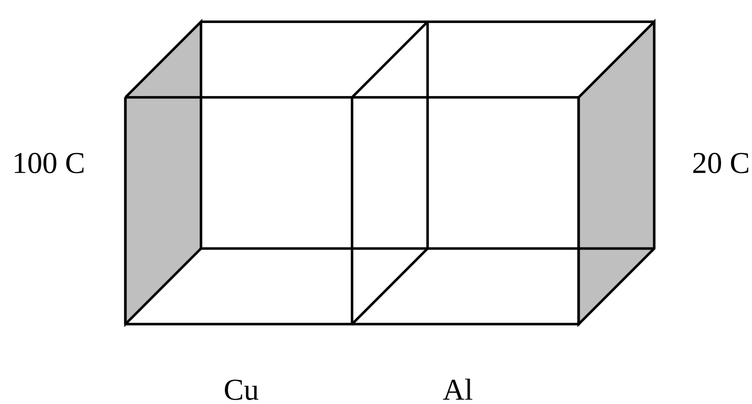
74 ^{t}En un calorímetre que conté 200 g de gel a −8°C s'introdueixen 50 g de vapor d'aigua a 100°C. L'equivalent en aigua del calorímetre és 20 cal/K. Determineu l'estat final de la mescla.

Sol.: 55.7°C

75 *¿Cuánto vapor de agua a 100°C se ha de inyectar en un recipiente metálico de 30 kg de masa, y cuyo calor específico es 0.20 cal/g K, que contiene 100 kg de hielo a −20°C para que quede a la temperatura de 25°C, sabiendo que previamente se habian añadido 15 kg de agua a 100°C? ¿En qué condiciones térmicas se encontraba el baño cuando se comenzó a inyectar vapor?.

Sol.: a) 17.07 kg; b) 92.75 kg de hielo a 0°C, 22.25 kg de agua a 0°C

76 ^{t}Se colocan de lado dos cubos metálicos de cobre y aluminio de 3 cm de arista como se indica en la figura con las superficies más alejadas entre sí a las temperaturas de 100°C y 20°C, respectivamente.



Calcular:

a) Resistencia térmica de cada cubo y resistencia total del sistema.

b) Flujo de energía calorífica.

c) Temperatura en el contacto entre los dos cubos.

d) Temperatura en el contacto si se intercambia la posición de los cubos.

Sol.: a) (cobre) 0.0831 K/W; (aluminio) 0.1406 K/W; (total) 0.2237 K/W; b) 357.5 W; c) 70.3°C; d) 49.7°C

77 *El gradiente longitudinal de temperatura en una barra de cobre aislada es de −2.5°C/cm.

a) Determinar la diferencia de temperatura entre dos puntos de la barra separados por una distancia de 5 cm.

b) Determinar el flujo calorífico a través de la sección de la barra.

Sol.: a) 12.5°C; b) 2.295 cal/(cm^{2}s)

78 Un cilindro de metal A se coloca a continuación de otro de metal B exactamente igual con el eje común. El extremo libre del cilindro de metal B se mantiene a 0°C y el extremo libre del de A a 100°C. Sabiendo que la conductividad tèrmica del metal B es 11 veces mayor que la del A, ¿qué temperatura existe en el punto de contacto cuando se alcanza el régimen estacionario? Se supone que no hay pérdidas laterales.

Sol.: 8.33°C

79 Un estanque tiene una capa superficial de hielo de 8 cm de espesor. Si la temperatura del medio ambiente exterior permanece constante en −15°C, estimar el tiempo que tardará en aumentar 4 cm el espesor del hielo.

Sol.: $\Delta t = 38.4$ hores

Primer Principi i motors tèrmics.

80 ^{t}Dejamos expansionar isotérmicamente 1 litro de gas ideal que está a 1 atm de presión hasta duplicar su volumen. Después se comprime a presión constante hasta su volumen inicial y finalmente se comprime isotérmicamente hasta la presión original.

a) Represente el proceso en el diagrama PV y calculeu el trabajo total.

b) Sabiendo que el sistema cede 60 J de calor en la compresión a presión constante. ¿Cuál es la variación de energía interna del gas en todo el proceso?.

Sol.: a) −15.57 J; b) −9.28 J.

81 ^{t}En un depósito cerrado de paredes rígidas hay 2.5 moles de un gas ideal diatómico a 20°C. Si se calienta dicho depósito suministrándole al gas 400 calorías, ¿qué temperatura alcanzará dicho gas?

Sol.: 52.2°C

82 Un recipiente de 20 L contiene un gas diatómico a la presión de 120 atm y a la temperatura de 20°C. Realizamos una transformación reversible hasta llegar a los 40 L. Encuentre:

a) El peso del gas, si éste es nitrógeno.

b) El trabajo realizado, aumento de la energía interna, el calor suministrado y la presión y temperatura finales si la transformación es isoterma.

c) Lo mismo si es adiabática.

d) Represéntelas en los diagramas PV, PT y VT.

Sol.: a) 2.79 kg; b) $W = 1.685 \times 10^5$ J, $\Delta U = 0$, $Q = 1.685 \times 10^5$ J, $P = 6.078 \times 10^6$ Pa, $T = 293$ K; c) $W = 1.47 \times 10^5$ J, $\Delta U = -1.47 \times 10^5$ J, $Q = 0$, $P = 4.606 \times 10^6$ Pa, $T = 222$ K.

83 *Un cilindro de paredes aislantes está dotado de un émbolo sin rozamiento. A cada lado hay 8 moles de un gas perfecto ($\gamma = 1.4$) a 20°C y 1 atm. Mediante una resistencia eléctrica se proporciona una cantidad de energia w al gas, que de esta forma se expande y comprime el gas que está en el otro lado del émbolo hasta una presión de 3 atm. Calcule:

a) El trabajo realizado por el émbolo.

b) La temperatura a los dos lados.

c) La cantidad de calor w aportada por la resistencia.

Sol.: a) 1.79×10^4 J; b) 401 K; 1356.9 K; c) 1.949×10^5 J

84 ^{t}Una máquina de Carnot, con un rendimiento del 40%, funciona entre dos fuentes térmicas, siendo la temperatura más baja de 27°C. Queremos obtener un rendimiento del 50%.

a) En cuantos grados hemos de aumentar la temperatura de la fuente más caliente si mantenemos a 27°C la fuente más fría?.

b) En cuantos grados hemos de disminuir la temperatura de la fuente fría si mantenemos la temperatura inicial de la fuente más caliente?

Sol.: a) 100 K; b) 50 K.

85 ^{t}Un frigorífico funciona segun un ciclo de Carnot reversible que coge calor de agua a 0°C y a la presión atmosférica y lo da al aire que está a 24°C. Si se fabrican 250 kg de hielo, calcular el trabajo W que se necesita y el calor Q cedido al aire.

Sol.: $W = 7.349 \times 10^6$ J; $Q = 90.95 \times 10^6$ J

86 *Un mol de un gas ideal se encuentra en el estado inicial $P = 2$ atm y $V = 10$ L. El gas se expande a presión constante hasta un volumen de 300 L y después se enfría a volumen constante hasta una presión de 1 atm. A continuación se comprime a presión constante hasta su volumen original y finalmente se calienta a volumen constante hasta su estado original.

a) Determine la temperatura de cada uno de los cuatro estados finales después de los procesos a P ó V constantes que realizamos.

b) Suponiendo que el gas es monoatómico encuentre el calor absorbido en cada etapa del ciclo.

c) Calcule el trabajo de cada etapa.

d) Determine la variación de energía interna en cada uno de los procesos.

e) ¿Qué trabajo realiza el gas en todo el ciclo? ¿Qué cantidad de calor se absorbe en el ciclo completo? ¿Qué rendimiento tiene el ciclo?

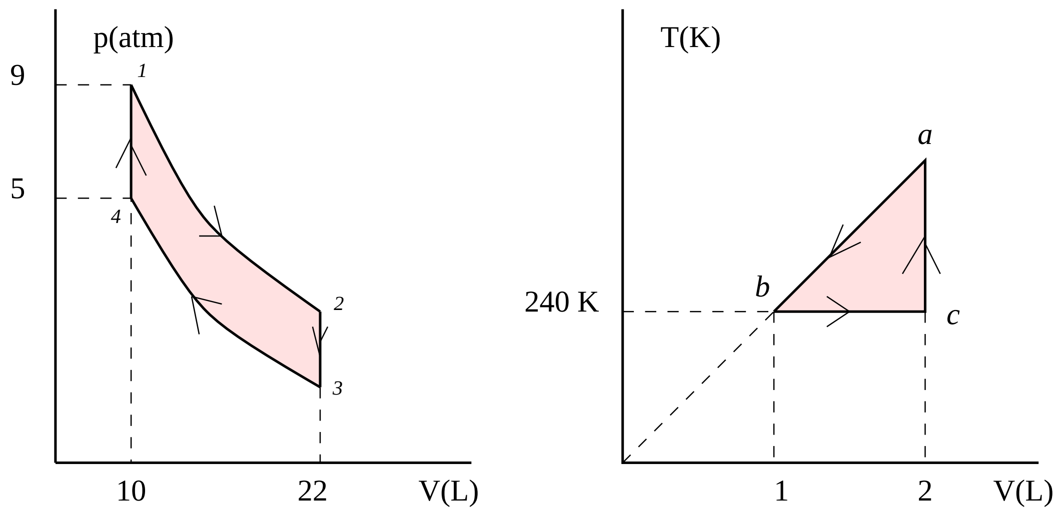
Sol.: a) 243.8 K, 7317 K, 3658.5 K, 121.9 K;
b) 1.471×10^5 J, -4.712×10^4 J, -7.207×10^4 J, 1.521×10^3 J;
c) 5.883×10^4 J, 0 J, -2.942×10^4 J, 0 J;
d) 8.825×10^4 J, -4.712×104 J, $-4.266 \times 104J$, 1.521×10^3 J;
e) 2.947×10^4 J, 1.486×10^5 J, 19.8%

87 Un mol de gas ideal monoatòmic segueix el cicle següent. De l'estat (1), $V_1 = 25$ L, $P_1 = 100$ kPa, va a l'estat (2) mantenint el volum constant, fins que la pressió és doble que en l'(1); del (2) al (3) isotèrmicament, fins que la pressió és la mateixa que l'estat (1), i, finalment, del (3) a l'(1) mantenint la pressió constant. Dibuixar el cicle en el diagrama PV. Si tots els processos són reversibles, esbrineu Q, W y ΔU corresponents a cada procés donant els resultats en forma de taula i quin és el rendiment *eta* del cicle.

Sol.: $\eta = 13.39\%$

88 *Dos moles de gas ideal diatómico recorren el ciclo mostrado en la figura (abajo, a la izquierda), constituído por dos isotermas y dos isocoras, y recorrido en el sentido indicado en la propia figura. Con los datos de presión y volumen de la propia figura (es decir, $p_1 = 9$ atm, $V_1 = V_4 = 10$ L, $p_4 = 5$ atm, $V_2 = V_3 = 2$ L), determinar para cada uno de los cuatro procesos: a) el trabajo (en julios) realizado por el gas, b) el calor que ha absorbido y c) el rendimiento del ciclo.

Sol.: a) $W_{1->2} = 7188$ J; $W_{3->4} = -3993$ J; b) $Q_{1->2} = 7188$ J; $Q_{2->3} = -10130$ J; $Q_{3->4} = -3993$ J; $Q_{4->1} = 10130$ J; c) $\eta = 18.45\%$



89 Un mol de gas ideal monoatómico describe el ciclo de la derecha de la figura de arriba. Determinar el trabajo realizado.

Sol.: -61.3 kJ

90 Tenemos 1 kg de aire, de $M = 28.9$ g/mol y $\gamma = 1.4$, a la presión de 0.989 atm y a la temperatura de 300 K (estado 1). Mediante una evolución adiabática, el sistema pasa a un estado 2 en el que ocupa una sexta parte del volumen que corresponde al estado 1. A continuación pasa a un estado 3 mediante un proceso isocoro, en el que se le suministra una cantidad de calor de 273.7 kJ. Del estado 3 pasa al 4 siguiendo un proceso adiabático hasta que el volumen es igual al inicial. A partir de aquí enfriamos isocóricamente hasta que la presión sea la inicial.

a) Dibuje el ciclo en un diagrama de Clapeyron (diagrama PV)

b) Determine el trabajo, la cantidad de calor comunicado y la variación de energía interna en cada uno de los procesos.

c) Compruebe que la energía interna es función de estado.

d) Encuentre el rendimiento del ciclo.

Sol.: apartado b)

Proceso$_{1-2}$: $W = -226.0$ kJ; $Q = 0$ J; $\Delta U = 226.0$ kJ;

Proceso$_{2-3}$: $W = 0$ J; $Q = 273.7$ kJ; $\Delta U = 273.7$ kJ;

Proceso$_{3-4}$: $W = 366.1$ kJ; $Q = 0$ J; $\Delta U = -366.1$ kJ;

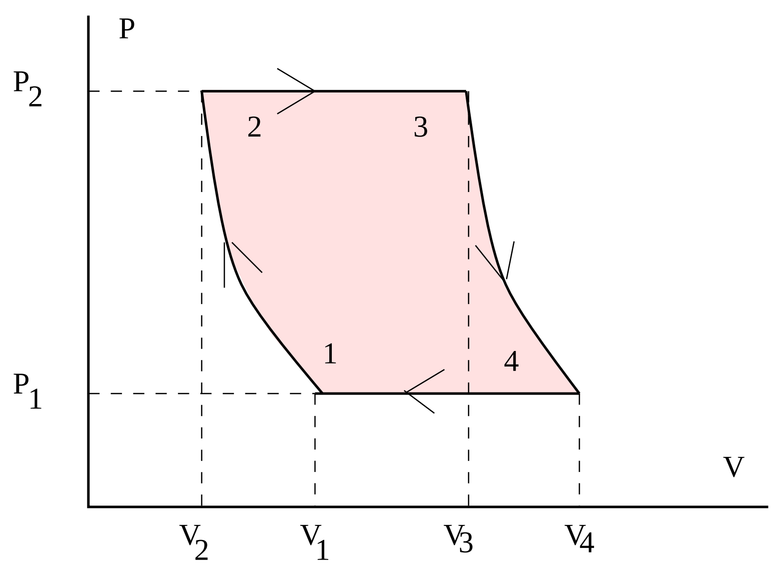
Proceso$_{4-1}$: $W = 0$ J; $Q = -133.7$ kJ; $\Delta U = -133.7$ kJ;

d) 51.16%

91 Tenemos 0.24 moles de oxígeno que a la presión de 10^5 Pa ocupan un volumen de 8 litros. Se comprimen isobáricamente desde este estado inicial 1 hasta un estado 2, para lo cual se efectua un trabajo de 400 J. Encontrar el volumen V_2 y la temperatura T_2, la variación de energía interna y la cantidad de calor transmitida en la transformación. A continuación pasamos del estado 2 a un estado 3 mediante la isocora $V = V_2$ hasta que la presión se duplica. Del estado 3 pasamos al 1, cerrando el ciclo, mediante la transformación definida por $PV^k = const$. Determinar k y el trabajo efectuado de 3 a 1. Encuentre la densidad ρ del gas en el estado 1. Dato: Se sabe que la relación entre los calores molares vale 1.4.

Sol.: $V_2 = 4 \times 10^{-3}$ m^3, $T_2 = 200.465$ K, $\Delta U = -1000$ J, $Q = -1400$ J, $k = 1$, $W = 554.517$ J, $\rho = 0.96$ kg/m^3.

92 *Un ciclo Joule —ver figura adjunta: dos isobaras i dos adiabàticas— es recorrido por un gas perfecto de coeficiente adiabático γ.



Calcular el rendimiento η en función de P_1 y P_2.

Sol.: $\eta = 1 - \left(\dfrac{P_1}{P_2}\right)^{\dfrac{\gamma-1}{\gamma}}$

93 Un cilindro de sección 10 cm^2 y de altura 20 cm contiene un gas ideal diatómico a 1 atm y 27°C. Un émbolo tapa el cilindro. Se sigue el siguiente proceso:

1) Se coloca un peso de 10 kg sobre el émbolo que comprime el gas rápidament (sin darle tiempo para intercambiar calor).

2) Se deja el tiempo necesario para que el gas recupere la temperatura inicial.

3) Se quita el peso y el gas se expande rápidamente.

4) Se deja que el gas recupere otra vez la temperatura inicial.

Se pide:

a) Representar en un diagrama PV las cuatro transformaciones.

b) Calcular los valores P, V y T en los puntos extremos de cada proceso.

c) Calcular las cantidades de calor absorbidas y cedidas por el gas.

Datos: $C_v = 5/2R$; $C_p = 7/2R$

Sol.: b) $P_1 = 101300$ Pa, $V_1 = 2 \times 10^{-4}$ m^3, $T_1 = 300$ K; $P_2 = 199300$ Pa, $V_2 = 1.2334 \times 10^{-4}$ m^3, $T_2 = 364$ K; $P_3 = 199300$ Pa, $V_3 = 1.016 \times 10^{-4}$ m^3, $T_3 = 300$ K; $P_4 = 101300$ Pa, $V_4 = 1.648 \times 10^{-4}$ m^3, $T_4 = 247.22$ K; c) $Q_{2-3} = -15.127$ J, $Q_{4-1} = 12.475$ J

94 Una termobomba funciona reversiblemente entre dos focos de 5°C y 25°C. El trabajo aportado al ciclo es de 1 kW/h. Determine:

a) El rendimiento de la termobomba, funcionando como máquina calorífica.

b) La cantidad de calor comunicado al foco caliente.

c) El coeficiente de eficacia de la termobomba, funcionando como máquina frigorífica.

Sol.: a) 6.7%; b) 53.64 MJ; c) 14.9

Entropia.

95 Un cubito de 10 g de hielo a -15°C se coloca dentro de un lago que está a una temperatura de 15°C. Calcule el cambio de entropía del agua del lago y del universo. Datos: calor específico del hielo, 0.502 cal/gK; calor latente de fusión del agua, 79.7 cal/g; calor específico del agua, 1 cal/gK.

Sol.: $\Delta S_{universo} = 0.188$ cal/K; $\Delta S_{lago} = -3.549$ cal/K

96 Un dipòsit de parets adiabàtiques està dividit per una paret en dos compartiments iguals. En un dels compartiments hi ha n mols d'un gas ideal mentre l'altre és buit. Si en un cert moment obrim un forat en la paret i deixem que el gas s'expansioni lliurament per tot el dipòsit, demostreu que la variació de l'entropia del gas val

$$\Delta S = nR \ln 2$$

Taula de dades numèriques

- Fact. de conversió

Atmosfera estàndar:	1 atm	=	101.33 kPa
	1 atm	=	760 mm Hg (Torr)
Atmosfera-litre (treball):	1 atm L	=	101.33 J
Equivalent mecànic de la caloria:	1 cal	=	4.184 J
Cavall de vapor (potència):	1 CV	=	745.7 CV

- Densitats, en kg/m^3

Aigua (4°C)	1000
Gel	920
Ferro/acer	7960
Mercuri (0°C)	13596
Aire (0°C i 1 atm)	1.293

- Mòdul de Young, en 10^9 Pa

Acer	200
Alumini	70
Coure	110
Llautó	90

- Calors específiques, a 20°C, en $\mathrm{kJ\,kg^{-1}\,K^{-1}}$

Aigua	4.18
Gel (−10°C)	2.05
Ferro	0.447
Alumini	0.900
Coure	0.386
Mercuri	0.140
Plom	0.128

- Calors latents

de fusió del gel	$L_f = 333.5$ kJ/kg
de vaporització de l'aigua	$L_v = 2257$ kJ/kg

- Conductivitats tèrmiques: en $\mathrm{W\,m^{-1}\,K^{-1}}$

Aire (27°C)	0.026
Aigua (27°C)	0.609
Gel	0.592
Vidre	1
Alumini	237
Coure	401
Llautó	109
Ferro	80

$x = A\cos(\omega t + \phi)$	$a = -\omega^2 x$	$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$	$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{f}$
$F = -kx$	$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$	$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$	$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{m\,g\,h}}$
$I = \int_M r^2\,dm$	$I_P = I_G + m\,d^2$	$I_{bar} = \frac{1}{12} m\,L^2$	$I_{cil} = \frac{1}{2} m\,R^2$
$\sin\theta \approx \tan\theta \approx \theta$	$\cos\theta \approx 1$	$\mathrm{e}^x \approx 1 + x$	$\ln(1+x) \approx x$
$U = \frac{1}{2} k\,x^2$	$E = \frac{1}{2} m\,v^2 + \frac{1}{2} k\,x^2$	$E = \frac{1}{2} k\,A^2$	
$F_{dis} = -b\,v$	$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{b}{m}\frac{dx}{dt} + \frac{k}{m}x = 0$	$x = A_0\,\mathrm{e}^{-\beta t}\cos(\omega_1 t + \phi)$	$\beta = \frac{b}{2\,m}$
$\omega_1 = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$	$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$	$A \approx A_0\mathrm{e}^{-\beta t}$	$E \approx \frac{1}{2} k\,A_0^2\mathrm{e}^{-2\beta t}$
$Q = \frac{\omega_0}{2\,\beta}$	$\omega_1' = \sqrt{\beta^2 - \omega_0^2}\,,\ \beta > \omega_0$	$x = A\mathrm{e}^{-(\beta+\omega_1')t} + B\mathrm{e}^{-(\beta-\omega_1')t}$	$x = \mathrm{e}^{-\beta t}\big(A + B\,t\big)$
$F_{ext} = F_0\cos\omega t$	$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{b}{m}\frac{dx}{dt} + \frac{k}{m}x = \frac{F_0}{m}\cos\omega t$	$x_{est} = A\cos(\omega t - \delta)$	$v_{est} = \omega A\cos(\omega t - \varepsilon)$
$A = \frac{F_0/m}{\sqrt{\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)^2 + 4\,\beta^2\omega^2}}$	$\tan\varepsilon = \frac{-1}{\tan\delta} = \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{2\,\beta\,\omega}$	$\omega A = \frac{F_0}{Z}$	$Z = \sqrt{\left(m\,\omega - \frac{k}{\omega}\right)^2 + b^2}$
Si $\omega = \omega_0\,,\ Z_{min}$	Si $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - 2\,\beta^2}\,,\ A_{max}$	$\cos\varepsilon = \frac{b}{Z}$	$<P_s>= \frac{1}{2}\frac{F_0^2}{Z}\cos\varepsilon$
$\Delta\omega = 2\,\beta$	$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2\,A_1A_2\cos\Delta\phi$	$\tan\phi = \frac{A_1\sin\phi_1 + A_2\sin\phi_2}{A_1\cos\phi_1 + A_2\cos\phi_2}$	
$y(x,t) = y_m\cos(k\,x - \omega\,t)$	$k = \frac{2\pi}{\lambda}$	$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$	$c = \frac{\lambda}{T} = \frac{\omega}{k}$
$y(x,t) = f(x - c\,t)$	$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0$	$c = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$	$c = \sqrt{\frac{Y}{\rho}}$
$\frac{dE}{dx} = \frac{1}{2}\,\mu\,\omega^2 y_m^2$	$<\mathcal{P}>= \frac{1}{2}\,\mu\,\omega^2 y_m^2\,c$	$c = \sqrt{\frac{\gamma\,P}{\rho}}$	$c = \sqrt{\frac{\gamma\,R\,T}{M}}$
$I = \frac{<\mathcal{P}>}{S}$	$I = \frac{1}{2}\,\rho\,\omega^2 s_m^2\,c$	$I = \frac{p_m^2}{2\,\rho\,c}$	$\beta = 10\log\frac{I}{I_0}$
$I_0 = 10^{-12}$ W/m^2	$1\ atm = 1013\ \mathrm{h}Pa$	$M_{aire} = 0,029\ \mathrm{kg/mol}$	$\rho_{aire}(\mathrm{C}N) = 1,293\ \mathrm{g/L}$
$\lambda_n = \frac{2\,L}{n}$	$f_n = n\,\frac{c}{2\,L}$	$\frac{f_O}{c + v_O} = \frac{f_F}{c + v_F}$	$\sin\theta = \frac{c}{v}$
$\cos\alpha + cos\beta = 2\,\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$			

$400\ \text{nm} < \lambda_{vis} < 700\ \text{nm}$	$c_{buit} = 3,00 \times 10^8\ \text{m}/s$	$n = \dfrac{c}{v}$	$\lambda' = \dfrac{\lambda}{n}$
$n_1 \sin\theta_1 = n_2 \sin\theta_2$	$\sin\theta_C = \dfrac{n_2}{n_1}$	$I = I_0 \cos^2\theta$	$\tan\theta_B = \dfrac{n_2}{n_1}$
$\Delta r_c = m\,\lambda$	$\Delta r_d = \left(m + \dfrac{1}{2}\right)\,\lambda$	$2t_d = m\,\dfrac{\lambda}{n}$	$2t_c = \left(m + \dfrac{1}{2}\right)\,\dfrac{\lambda}{n}$
$d\,\sin\theta_c = m\,\lambda$	$y_c = m\,\dfrac{\lambda L}{d}$	$a\,\sin\theta_m = m\,\lambda$	$\theta_R = 1,22\dfrac{\lambda}{D}$
$d\,\sin\theta_m = m\,\lambda$	$R = \dfrac{\lambda}{\lvert\Delta\lambda\rvert} = m\,N$	$\dfrac{1}{s} + \dfrac{1}{s'} = \dfrac{2}{r} = \dfrac{1}{f}$	$m = \dfrac{y'}{y} = -\dfrac{s'}{s}$
$\dfrac{n_1}{s} + \dfrac{n_2}{s'} = \dfrac{n_2 - n_1}{r}$	$m = -\dfrac{n_1 s'}{n_2 s}$	$\dfrac{1}{f} = (n-1)\left(\dfrac{1}{r_1} - \dfrac{1}{r_2}\right)$	$\dfrac{1}{s} + \dfrac{1}{s'} = \dfrac{1}{f}$
$P = \dfrac{1}{f}$	$1\ \text{D} = 1\ \text{m}^{-1}$		
$T = t_C + 273,15$	$t_C = \dfrac{2}{3}\big(t_F - 32\big)$	$<\dfrac{1}{2}m\,v^2> = \dfrac{3}{2}k\,T$	$P\,V = n\,R\,T$
$\left(P + \dfrac{a\,n^2}{V^2}\right)\big(V - b\,n\big) = n\,R\,T$	$R = N_A\,k$	$R = 8,314\ \dfrac{\text{J}}{\text{mol}\cdot\text{K}}$	$N_A = 6,022 \times 10^{23}\ \text{mol}^{-1}$
$Q = m\,c\,\Delta T$	$Q = n\,C_m\,\Delta T$	$Q_f = m\,L_f$	$Q_v = m\,L_v$
$1\ cal = 4,184\ \text{J}$	$L_f = 333,5\ \text{kJ/kg}$	$L_v = 2257\ \text{kJ/kg}$	$1\ atm = 760\ mm\,Hg$
$\dfrac{dQ}{dt} = k\,S\dfrac{\Delta T}{\Delta x}$	$R = \dfrac{1}{k}\,\dfrac{\Delta x}{S}$	$\dfrac{dQ}{dt} = e\,\sigma\,S\,T^4$	$\sigma = 5,670 \times 10^{-8}\ \dfrac{\text{W}}{\text{m}^2\cdot\text{K}^4}$
$Q = W + \Delta U$	$W = \int_{V_1}^{V_2} P\,dV$	$W_{isot} = n\,R\,T \ln\dfrac{V_2}{V_1}$	$\Delta U = n\,C_v\,\Delta T$
$C_{v/mono} = \dfrac{3}{2}R$	$C_{v/dia} = \dfrac{5}{2}R$	$C_{sol} = 3\,R$	$C_p - C_v = R$
$\gamma = \dfrac{C_p}{C_v}$	$\gamma_{dia} = 1,40$	$P_1\,V_1^\gamma = P_2\,V_2^\gamma$	$W_{ad} = \dfrac{P_1\,V_1 - P_2\,V_2}{\gamma - 1}$
$\eta = \dfrac{W}{Q_e} = 1 - \dfrac{\lvert Q_s\rvert}{Q_e}$	$\eta_{ref} = \dfrac{Q_s}{W}$	$\eta_{Carn} = 1 - \dfrac{T_b}{T_a}$	$1\ atm\cdot\text{L} = 101,3\ \text{J}$