Ones mecàniques estacionàries. Anàlisi del so.

1 Objectiu

Estudi de les condicions de formació d'ones mecàniques estacionàries. Conceptes d'intensitat, to i timbre de les ones sonores.

2 Material

Oscil·lador de freqüència fixa (100Hz), corda, dinamòmetre, joc de masses, molla, micròfon, oscil·loscopi, diapasó, unicordi.

3 Fonament teòric

Si en una zona d'un medi material es produeix una pertorbació de tipus oscil·latori, la pertorbació inicial es propaga fent vibrar les molècules veïnes i així successivament, tot generant una **ona**. Podem definir també un moviment ondulatori com aquell fenomen en el que es produeix un transport d'energia i quantitat de moviment d'un punt a un altre de l'espai, sense transport de matèria.

Existeixen ones que no necessiten cap medi material per propagar-se, les ones electromagnètiques (com la llum i les ones de ràdio), i d'altres que es propaguen gràcies a les propietats elàstiques d'un medi i que anomenem **ones mecàniques**. Són ones mecàniques les ones que es propaguen per una corda, les que es propaguen per una molla o les ones sonores.

D'altra banda, es poden classificar les ones segons la direcció de la pertorbació, o desplaçament oscil·latori. Així, si la direcció de la pertorbació és paral·lela a la direcció de propagació de l'ona parlem d'ones **longitudinals** (com les ones en una molla o les ones sonores) i si la direcció de la pertorbació és perpendicular a la de propagació, d'ones **transversals** (les ones en una corda en són un exemple).

3.1 Ones en una corda

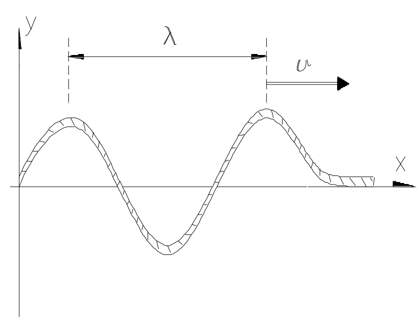

Figura 1: Ones harmòniques propagant-se per una corda.

Matemàticament,es pot representar una ona com una funció de l'espai, x, i el temps, t que descriu l'estat de la pertorbació, l'elongació, $y(x,t)$, de cada punt en cada instant de temps. Aquesta funció s'anomena **funció d'ona** i en el cas d'una ona harmònica ve donada per:

$$y(x,t) = y_o sin(\frac{2\pi}{\lambda}(x - vt)) = y_o sin(kx - 2\pi ft)) \tag{1}$$

on λ és la longitud d'ona, v la velocitat de propagació de l'ona (que depèn del medi), y_o és l'amplitud de la pertorbació, $k = 2\pi/\lambda$ rep el nom de número d'ones i f és la freqüència de l'ona. Recordeu que una ona avança una distància d'una longitud d'ona en un període, T ($T = 1/f$) i que, per tant, la velocitat de propagació, la longitud d'ona i la freqüència (o el període), estan relacionades per:

$$v = \frac{\lambda}{T} = \lambda f \tag{2}$$

En el cas d'ones transversals propagant-se en una corda, la velocitat de propagació es pot expressar en funció de la tensió o força a la que està sotmesa la corda, F, i la densitat lineal (massa per unitat de longitud) de la corda, μ:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \tag{3}$$

3.2 Ones estacionàries

La superposició, en fase, de dues ones d'igual freqüència i amplitud que es propaguen en sentits contraris dóna lloc al que s'anomena una **ona estacionària**.

Aquesta situació pot donar-se en una corda, si l'ona generada en un extrem es reflecteix en l'altre i recorre la corda propagant-se en sentit contrari tot superposant-se a l'ona inicial.

La superposició de totes dues ve descrita per la suma de les funcions d'ona corresponents a l'ona que es propaga cap a la dreta, $y_d(x,t)$, i la que es propaga cap a l'esquerra, $y_e(x,y)$:

$$y_d(x,t) = y_o sin(kx - 2\pi ft)) \qquad y_e(x,t) = y_o sin(kx + 2\pi ft)) \tag{4}$$

$$y(x,t) = y_d + y_e = 2y_o sin(kx) cos(2\pi ft) \tag{5}$$

Observant l'equació 5 es veu que l'amplitud de l'oscil·lació depèn de la posició, x. Existeixen punts en els que l'amplitud de l'oscil·lació és nul·la ($sin(2\pi x/\lambda) = 0$) i no vibren anomenats **nodes** i d'altres que vibren amb amplitud màxima $sin(2\pi x/\lambda) = \pm 1$, que s'anomenen **ventres** o **antinodes**. També s'observa fàcilment que la distància entre dos nodes o ventres consecutius és $\lambda/2$, vegeu la Figura 2

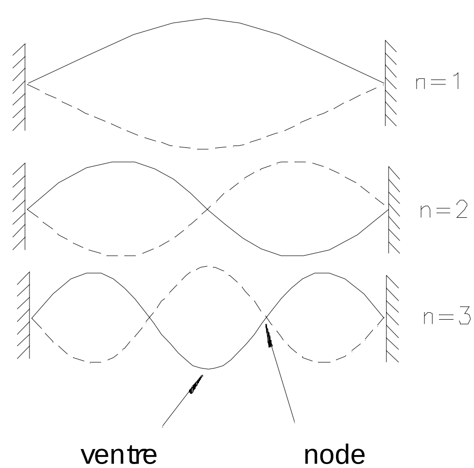

Figura 2: Ones estacionàries en una corda fixa pels dos extrems.

Si es vol representar una ona estacionària en una corda, de longitud L, fixa pels dos extrems, a més de l'equació 5 cal imposar que els extrems de la corda, $x = 0$ i $x = L$, siguin nodes. Aleshores s'obté que cal que existeixi una relació entre la longitud d'ona i la longitud de la corda pel tal que s'estableixi una ona estacionària en una corda quan es fa oscil·lar només un dels seus extrems i l'ona es reflecteix en l'altre:

$$sin(k0) = sin(kL) = 0 \quad => \quad L = n\frac{\lambda}{2} \quad n = 1, 2, 3, ... \tag{6}$$

Així, si L i f són fixes (com és el cas de la pràctica) només existeixen uns certs valors de λ (i per tant de la tensió, T) pels quals la corda entra en **ressonància** i s'estableix una ona estacionària. En la Figura 2 es pot veure les tres primeres ones estacionàries possibles per $n = 1$, 2 i 3 (observeu com en augmentar n, λ disminueix), o, dit d'una altra manera els tres primers **harmònics**.

3.3 Intensitat, to i timbre.

Les ones sonores són ones longitudinals de compressió del medi. La vibració de las molècules del medi genera zones de compressió i rarefacció (menor densitat), que poden propagar-se por un medi gasós, líquid o sòlid. Si el medi és un gas, la densitat està directament relacionada amb la pressió.

En general, les ones sonores presenten formes d'ona molt complexes. És per això que, fins i tot quan dos instruments musicals toquen la mateixa nota, sonen de forma diferent. La Figura 3 mostra l'ona produïda per un clarinet i una corneta en tocar la nota La (440Hz).

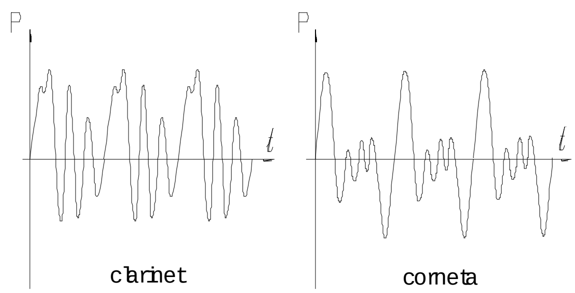

Figura 3: Ones amb la mateixa intensitat i to però diferent timbre.

En aquesta figura es poden apreciar tres característiques fonamentals del so

- La **intensitat** del so està relacionada amb l'**amplitud**. En aquest cas les dues ones tenen aproximadament la mateixa intensitat.
- Es pot observar que existeix un patró bàsic que es repeteix amb una certa freqüència, aquesta és la **freqüència fonamental** o bé el **to**. En aquest cas les dues ones tenen el mateix to (són la mateixa nota).
- Les petites pertorbacions també periòdiques (de freqüència més gran que la fonamental), són diferents en cada cas i permeten distingir les ones. Aquestes pertorbacions constitueixen el **timbre** de l'ona i són les responsables que dos instruments diferents no sonin igual quan emeten la mateixa nota.

4 Mètode experimental

4.1 Estudi de les ones en una corda

Es disposa d'una corda unida a un oscil·lador que vibra a una freqüència fixa (100Hz) i que, per l'altre extrem té un dinamòmetre que ens permet variar la tensió a què està sotmesa la corda.

Determina la longitud de la corda, L, amb la cinta mètrica.

ALERTA: És important que la longitud de la corda sigui la mateixa durant tota l'experiència, per això preneu una referència d'on col·loqueu el peu per si es mogués.

Endolla l'oscil.lador.

Penja la massa de 200g de la corda i a continuació el dinamòmetre. Augmenta gradualment la tensió, tot estirant el dinamòmetre fins que s'observi que es forma una ona estacionària amb ventres i nodes com els de la Figura 2. Busca la tensió exacta per la qual l'amplitud dels ventres és màxima i anota-la (la tensió total aplicada és la suma de la lectura del dinamòmetre, en N, més el pes de la massa i el dinamòmetre). Determina el número n, tot contant el número de mitges longituds d'ona, com en la Figura 2.

Segueix estirant el dinamòmetre, tot augmentant la tensió de la corda fins assolir noves ressonàncies; en cada cas, determina T i n.

Repeteix l'experiència amb la massa de 100g, i finalment, sense la massa, només amb el dinamòmetre.

Desendolla l'oscil.lador.

Determina la massa del dinamòmetre.

4.2 Ones longitudinals en una molla

Uneix l'extrem de la molla al foradet central de l'oscil.lador.

Endolla l'oscil.lador.

Amb la molla penjant verticalment, agafa-la per un punt intermedi per tal que les ones es reflecteixin i mira si es forma una ona estacionària. Ves agafant la molla per diferents punts fins que entri en ressonància.

Conta el número de mitges longituds d'ona i observa què passa en augmentar la tensió aplicada tot estirant lleugerament la molla amb la mà.

Desendolla l'oscil.lador.

4.3 Anàlisi del so. Intensitat, to i timbre

Connecta l'oscil·loscopi amb l'interruptor ON. Engega el micròfon i col·loca'l davant la caixa de ressonància del diapasó. Colpeja el diapasó amb el martellet i ajusta els comandaments TIME/DIV i VOLT/DIV fins que el senyal s'observi de forma clara a la pantalla de l'oscil·loscopi. Observa que l'ona és de forma sinusoïdal. Determina el període i la freqüència de l'ona.

Experimenta, ara, amb els sons produïts per la veu humana. Caldrà ajustar de nou els comandaments de l'oscil·loscopi.

Pronuncia les lletres A i U amb la mateixa intensitat i to (el vostre to normal de veu). Construeix-te uns quadrícula de 10x10 quadres (com la pantalla de l'oscil·loscopi) i copia la imatge que s'observa en casa cas. Anota l'escala del TIME/DIV i VOLT/DIV. Repetiu l'experiència amb un altre company que pronunciï les lletres A i U.

Emet una lletra en dos tons diferents: primer amb un to alt (freqüència alta, agut) i després amb un to baix (freqüència baixa, greu) i copia també la imatge de la pantalla de l'oscil·loscopi.

Finalment, escolta i visualitza el so generat per l'unicordi. Estudia què succeeix en variar la longitud de la corda que vibra.

5 Resultats

5.1 Estudi de les ones en una corda

- Construeix una taula amb cinc columnes: la tensió aplicada T, la número n, la longitud d'ona λ (que pots calcular a partir de la relació 6), la velocitat de les ones v (que pots calcular a partir de la relació 2) i v^2.

- Representa gràficament v^2 en funció de T. Comenta si la gràfica està d'acord amb l'expressió 3.
- Realitza la corresponent regressió lineal, determina la densitat lineal μ i comenta si el seu valor et sembla raonable.

5.2 Ones estacionàries longitudinals en una molla

- Comenta (amb un dibuix) com són les ones estacionàries que has observat a la molla, quina és la principal diferència amb les ones estacionàries de la corda?
- Què succeeix amb el número n d'una ona estacionària en augmentar la tensió?

5.3 Anàlisi del so. Intensitat, to i timbre

Per cada parella de dibuixos de la A i la U:

- Determina l'amplitud, creus que tenen la mateixa intensitat aquests dos sons?
- Determina la freqüència fonamental, creus que tenen el mateix to aquests dos sons?
- Creus que tenen el mateix timbre els dos sons? **Raona la resposta**.

Després:

- Comenta com s'observa a l'oscil·loscopi la variació del to.
- Comenta com depèn el to de l'unicordi de la longitud de corda que vibra.**Raona la resposta**.

6 Qüestions

1. Determina, en les condicions de la pràctica, la tensió que caldria aplicar per aconseguir n=3, 16 i 25.
2. Demostra l'equació 5 per l'ona resultant de la superposició, en fase, de dues ones que viatgen en sentits contraris.
3. Quin efecte tindria utilitzar una corda amb una densitat lineal més gran, en el número de nodes observat i les corresponents tensions de ressonància? Podria arribar a ser impossible realitzar la pràctica si μ fos massa gran?
4. Representa gràficament la superposició de dues ones (de la mateixa intensitat) l'una de freqüència doble que l'altra. Per sumar-les representa les dues ones i després suma, en cada instant de temps, les dues amplituds. Observa com la suma de dues ones sinusoïdals dóna una ona complexa, això ens demostra que també és possible descomposar una ona complexa en suma d'ones harmòniques.
5. Explica raonadament com s'afina un instrument de corda.