

SISTEMES DINÀMICS NO LINEALS: CONTROL I APLICACIONS
AVALUACIÓ FINAL

Contesta les següents preguntes raonadament. La puntuació sobre 10 de cada pregunta és la següent: preguntes 1 a 4 – un punt cadascuna; preguntes 5 a 7 – dos punts cadascuna.

1. Enuncia i demostra el criteri d'estabilitat de punts fixes en sistemes continus unidimensionals.
2. Defineix breument els conceptes d'òrbita homoclínica i bifurcació homoclínica.
3. Explica quan i per què es produeix el fenòmen del caos transitori al model de Lorenz.
4. Explica quan i per què es produeix el fenòmen de la intermitència a l'aplicació logística.
5. L'evolució dinàmica d'una reacció química del tipus $Y+Z\rightarrow X$ es pot descriure mitjançant una equació de la forma $\dot{x} = a(b-x)(c-x)$, on $x(t)$ és la concentració del producte X en cada instant t , b i c són les concentracions inicials dels reactants Y i Z , respectivament, i a és la constant de velocitat de la reacció (aquests tres paràmetres són per tant sempre positius).
 - (a) Determina tots els punts fixes del sistema, i estableix la seva estabilitat segons els valors relatius dels paràmetres a , b i c .
 - (b) Interpreta físicament els resultats anteriors.
6. Considera el sistema dinàmic discret $x_{n+1} = a - x_n^2$, sent a un paràmetre de control.
 - (a) Troba el valor de a pel qual es produeix una bifurcació en el sistema, i determina el seu tipus.
 - (b) Identifica tots els punts fixes del sistema per $a = 1/2$, i analitza la seva estabilitat.
7. Definim un *conjunt de Cantor modificat* mitjançant el següent procediment iteratiu: es divideix una línia en cinc parts iguals i s'elimina la part del mig, repetint-se el procés. Calcula les dimensions de similaritat i de caixa del fractal resultant.