

SISTEMES DINÀMICS NO LINEALS: CONTROL I APLICACIONS
AVALUACIÓ FINAL

Contesta les següents preguntes raonadament. La puntuació sobre 10 de cada pregunta és la següent: preguntes 1 a 4 – 1.25 punts cadascuna; preguntes 5 i 6 – 2.5 punts cadascuna.

1. Enumera i descriu els diversos tipus de bifurcacions que poden existir en sistemes continus unidimensionals del tipus $\dot{x} = f(x)$.
2. Enumera els diversos tipus de punts fixes que poden existir en sistemes continus bidimensionals, relacionant-los amb les propietats de la matriu jacobiana corresponent.
3. Explica com es genera l'aplicació discreta de Lorenz a partir del comportament caòtic continu del model de Lorenz (per exemple, a partir de l'evolució temporal de la seva variable z). Quina utilitat té aquesta representació discreta?
4. Enuncia i demostra el criteri d'estabilitat de punts fixes en aplicacions discretes del tipus $x_{n+1} = f(x_n)$.
5. El creixement de tumors cancerosos es pot descriure mitjançant l'anomenada *lleï de Gompertz* $\dot{N} = -aN \ln(bN)$, on $N(t)$ és proporcional al nombre de cèl.lules al tumor i a, b són paràmetres positius.
 - (a) Dibuixa la línia de fases d'aquest sistema. A partir d'aquest resultat, determina els punts fixes i la seva estabilitat.
 - (b) Comprova quantitativament els resultats anteriors mitjançant un anàlisi d'estabilitat lineal. Calcula els temps característics associats als punts fixes.
6. Considera el sistema dinàmic discret $x_{n+1} = ax_n - x_n^3$, sent a un paràmetre de control.
 - (a) Determina analíticament els punts fixes del sistema i la seva estabilitat per qualsevol valor de a entre $-\infty$ i ∞ .
 - (b) En base al resultat anterior, enumera i descriu els diversos tipus de comportaments diferents que pot tenir el sistema en funció de a , il.lustrant cada situació amb el diagrama de teranyina corresponent.