Departament de Física i Enginyeria Nuclear
Taller de simulació medi ambiental

Relació entre espècies (models discrets)

1. Les equacions de Lotka-Volterra normalitzades

$$x_{i+1} = R_x(1 - x_i - \alpha y_i)x_i$$

$$y_{i+1} = R_y(1 - y_i - \beta x_i)y_i$$

representen dues espècies que competeixen per uns mateixos recursos. Els paràmetres R_x i R_y són els factors de creixement de cada espècie i α i β quantifiquen la influència d'una espècie sobre l'altra. Pel nostre estudi, considerem que les dues espècies quan estan separades tenen la mateixa capacitat per sobreviure al medi ($R_x = R_y$) i que aquest factor de creixement és igual a 2.

Per fer els càlculs emprarem el programa “herba1.c”. El resultat és un fitxer “herba1.dat” format per tres columnes. La primera és l'ordinal de l'instant de temps, la segona el nombre de membres de l'espècie X i la tercera el de l'espècie Y.

(a) Agafa com a quantitat inicial de membres de cada espècie $x_0 = 0.1$ i $y_0 = 0.05$. Calcula l'evolució temporal del sistema i representa-la gràficament. Indica quin és el resultat final (coexistència, extinció d'una espècie) per a les següents combinacions de paràmetres

i. $\alpha = 0.75$, $\beta = 0.75$
ii. $\alpha = 0.75$, $\beta = 1.25$
iii. $\alpha = 1.25$, $\beta = 0.75$
iv. $\alpha = 1.25$, $\beta = 1.25$

Sumaritza els teus resultats en una taula.

(b) Repeteix el darrer apartat del punt anterior intercanviant els valors inicials de x i y, per comprovar si el resultat final depèn del nombre inicial de membres de cada espècie.

2. Utilitzant les equacions anteriors, troba els paràmetres que descriuen la interacció entre el *paramecium aurelia* i el *paramecium caudatum*. Les dades es refereixen al nombre de paramecis en 0.5 *cc* d'aigua.

Pots utilitzar el programa “herba2.c”. Aquest programa es diferencia de l'anterior perquè treballa amb els paràmetres i les variables del model sense normalitzar. El resultat el trobaràs al fitxer ”herba2.dat”. Tan sols et caldrà fer servir les tres primeres columnes: el temps, el nombre de membres de l'espècie X i el nombre de membres de l'espècie Y.

Per quins valors has començat a provar? Per què?

3. El model presa-depredador de Volterra

$$x_{i+1} = R_x\, x_i(1 - x_i - y_i)$$

$$y_{i+1} = R_x \beta x_i y_i$$

   s'utilitza per modelitzar la interacció entre una població de depredadors i les seves preses. Els paràmetres R_x i β depenen de les característiques de cada espècie.

   El programa "lotka1.c" permet calcular l'evolució en funció del temps d'aquest sistema. El resultat va a parar al fitxer "lotka1.dat", que té tres columnes: l'ordinal del temps, el nombre de preses i el nombre de depredadors. Totes les variables i paràmetre es refereixen al model normalitzat.

   Per simplicar les coses, considera $\beta = 1$ i agafa uns quants valors diferents de R_x entre 0 i 4. Fes una gràfica representant la evolució temporal d'aquests sistemes. Es poden trobar punts fixos?

4. Ets capaç de trobar unes condicions inicials i uns valors de R_x i β que reprodueixin les dades de la figura 2? No cal que reprodueixis amb detall la posició de tots els punts. Tan sols, de manera aproximada, l'amplitud de les oscil·lacions i el seu desfasament.

   Pots emprar el programa "lotka2.c". El resultat s'emmagatzema al fitxer "lotka2.dat". L'estructura d'aquest fitxer és idèntica a la del fitxer "herba2.dat". Per aquest motiu pots ignorar de moment les dues darreres columnes, que es refereixen al model continu.

5. El programa "lotka3.c" dibuixa les trajectòries a l'espai de les fases. La principal diferència amb el programa "lotka1.c" és que els resultats només es registren a partir d'un cert pas, que determina l'usuari. D'aquesta manera s'observa millor el comportament a llarg termini. L'estructura del fitxer "lotka3.dat" és idèntica a la del fitxer "lotka1.dat".

   Torna a considerar $\beta = 1$ i explora diversos valors de R_x entre 3.4 i 3.6. A partir de quin moment les trajectòries es tornen caòtiques?

6. Agafa de l'arxiu de textos el fitxer "lince.zip". Llegeix l'article que trobaràs a dintre i assenyala quins punts de coincidència hi ha amb les tendències dels models que has simulat.

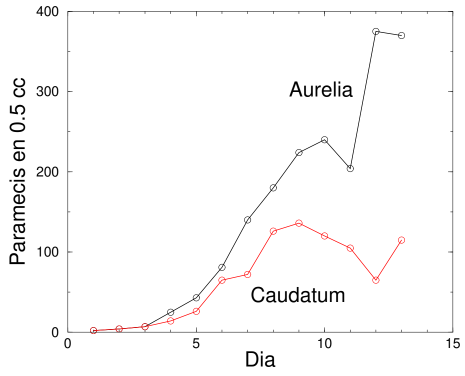

Figura 1: Evolució de dues espècies de paramecis

Dia	Aur.	Cau.
1	2	2
2	4	4
3	7	7
4	25	14
5	43	26
6	81	65
7	140	72
8	180	126
9	224	136
10	240	120
11	204	105
12	375	65
13	370	115

Taula 1: Dades de la Figura 1

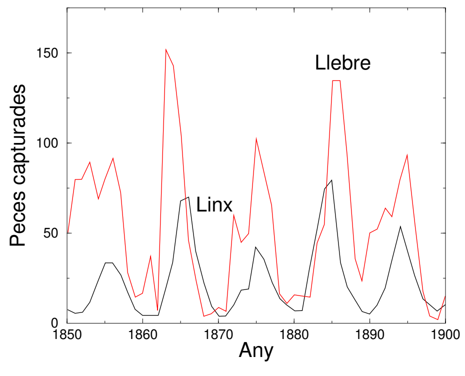

Figura 2: Captures de dues espècies