Departament de Física i Enginyeria Nuclear
Taller de simulació medi ambiental

Models de creixement

1. El programa "expo.c" llegeix un conjunt de punts d'un fitxer i fa una regressió exponencial. Es a dir, troba els paràmetres a i b de la corba

$$y = ae^{bx} \tag{1}$$

que passa més a prop de tots els punts. El fitxer s'ha de crear amb un editor i els punts han d'estar disposats en dues columnes, la primera per a la variable independent (x) i la segona per a la variable dependent (y).

Considera la evolució de la població humana (en milions de persones) al llarg de la història

any	1	500	1000	1300	1500	1700	1800	1950
població	170	190	265	360	425	610	900	2516

Troba els parametres que millor s'ajusten a aquest creixement i representa gràficament el resultat amb el programa "gnuplot". Si tens una versió moderna del programa, també pots fer la regressió exponencial amb la funció *fit* del mateix "gnuplot".

2. Utilitzarem el següent model per estudiar la estocasticitat ambiental, que està implementat al programa "estoc1.c",

$$N_{i+1} = R(\zeta)N_i \tag{2}$$

on ζ és una variable aleatòria que pot valer 0 o 1, amb igual probabilitat. A més del nombre inicial d'individus, cal donar dos paràmetres, a i b. Aquests paràmetres són els valors que pot tenir R.

$$R(0) = a$$
$$R(1) = b$$

Finalment li hem de donar el nombre de passos que volem calcular. Cada pas representa un instant de temps en la història de l'espècie. El resultat s'emmagatzema al fitxer "estoc1.dat" que està estructurat en dues columnes. Cada fila representa un pas. La primera columna és l'ordinal del pas i la segona el nombre d'exemplars en aquell instant de temps.

(a) Escolleix una quantitat inicial d'individus i utilitza la mateixa a partir d'aquest moment. Prova dos valors que tinguin una mitja geomètrica igual a 1 i una mitja aritmètica que no sigui molt diferent de 1 (Per exemple $a = 0.8$, $b = 1.25$). Representa el resultat gràficament.

(b) Agafa valors de a i b que continuin tenint mitja geomètrica 1, però valors cada cop més alts de la mitja aritmètica (per exemple $a = 0.5$ i $b = 2$). Representa el resultat. Què observes?

(c) Ara prova dos valors que tinguin mitja geomètrica inferior a 1 i dos que tinguin mitja geomètrica superior a 1. Creus que es tracta de models realistes?

3. Amb el programa "estoc2.c" estudiarem la estocasticitat demogràfica. El programa està fet de manera que en promig els neixements i les defuncions s'equilibren. Només et cal introduir el nombre inicial d'individus i la probabilitat de que un individu tingui un descendent (a). La probabilitat de que en tingui dos o no en tingui cap serà la mateixa en els dos casos, $(1-a)/2$. Els resultats s'arxiven al fitxer "estoc2.dat", amb el mateix format que el del fitxer "estoc1.dat".

   (a) Comença amb un cert nombre d'individus (per exemple 25) i una probabilitat petita de que algú tingui més o menys d'un descendent (per exemple $a = 0.9$).

   (b) Progressivament disminueix a. Que passa?

   (c) Ara fixa un valor de a que consideris convenient i ves disminuint el nombre inicial d'individus. La població es torna més fràgil o més forta? Creus que les úniques amenaces per a una espècie en perill d'extinció són les que provenen del seu entorn?

4. Llegeix els articles que es troben als fitxers "bucardo.zip" i "lagarto.zip" (arxiu de textos). Assenyala els punts que creguis que estan relacionats amb l'estocasticitat ambiental i demogràfica.

5. El programa "logist1.c" calcula l'evolució en funció del temps d'un sistema dinàmic descrit per l'equació logística normalitzada ($x = 1$ és el límit de validessa del model).

$$x_{i+1} = R(1 - x_i)\, x_i \tag{3}$$

   Aquesta equació depèn d'un paràmetre R que pot tenir un valor entre 0 i 4.

   El resultat s'escriu al fitxer "logist1.dat", que té una estructura semblant a la dels fitxers de dades esmentats anteriorment.

   (a) Comença amb un valor fix de x i mira cap a on evoluciona el sistema per diferents valors de R (pots provar amb 0.5, 1.5, 2.5, 3.5 i 3.8). Fes una gràfica amb les diferents evolucions temporals.

   (b) Quins dels valors anteriors del paràmetre R donen lloc a un punt fix? Com interpretaries aquest punt fix? Per veure quants punts fixos hi ha, agafa una R i prova diferents valors de x inicial.

6. Pots trobar, per tanteig, un model logístic que s'ajusti a aquestes dades? Representen el nombre de paramecis en 0.5 cc d'infusió en funció del temps en dies. Pots utilitzar el programa "logist2.c", que a més et permetrà estudiar la relació entre el model discret i el model continu.

dia	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
par.	2	7	11	37	67	134	226	306	376	485
dia	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
par.	530	650	605	580	660	460	650	575	525	550

També pots trobar els millors valors utilitzant la instrucció "fit" del programa "gnuplot".

7. El programa "conway.c" implementa l'anomenat *joc de la vida*. Es tracta d'un autòmata cel.lular on una casella buida s'omple si té exactament 3 caselles plenes al seu entorn de Moore (les 8 caselles més properes). Una casella plena es buida si té menys de 2 o més de 3 caselles plenes al seu entorn de Moore. El nombre de caselles plenes es registra al fitxer "conway.dat".

   (a) Modifica el programa per a que una casella buida s'ompli si té més d'una casella plena al seu entorn de Moore i per a que una casella plena es buidi si té més de 5 caselles plenes en aquest mateix entorn. Prova diferents configuracions inicials. El creixement és logístic? Cal esperar que ho sigui?

   (b) Troba unes regles semblants a les de l'autòmata anterior i a les del joc de la vida que presentin una evolució del nombre de caselles plenes que s'ajusti bé al model logístic.